Об антиферромагнитном переходе в $CuCrO_2$.

В.И. Марченко

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы, РАН 119334, Москва, Россия

Установлено, что все необычные свойства антиферромагнитного состояния $CuCrO_2$ находят естественное объяснение в теории магнитных фазовых переходов Дзялошинского-Ландау.

В $CuCrO_2$ при температуре ниже $T_N \simeq 24 K$ наблюдается спиральная, близкая к 120-ти градусной, планарная спиновая структура [1, 2, 3] (см. рис. 1). При этом в образцах сосуществуют три домена, отличающихся ориентацией волнового вектора несоизмеримости. Одновременно с упорядочением здесь магнитным возникает электрическая поляризация [4, 5]. Для выяснения природы этих особенностей антиферромагнитной фазы $CuCrO_2$ полезно, весьма как это было продемонстрировано Дзялошинским [6], рассмотреть магнитный фазовый переход в рамках общей теории фазовых переходов второго рода Ландау.

Наблюдаемая спиновая структура близка 120-ти градусной, поэтому рассмотрим Κ возможность перехода в эту соизмеримую структуру, предполагая, что несоизмеримость возникает благодаря наличию малого инварианта Лифшица.

В элементарной ячейке парамагнитной фазы $CuCrO_2$ имеется одна формульная единица, и, соответственно, лишь один магнитный атом Cr. Решетку CuCrO₂ удобно представить следующим образом. Поместим атомы хрома в узлы простой кубической решётки, а атомы меди - в центр элементарной ячейки. Добавим атомы кислорода в двух симметричных точках на одной из диагоналей куба. В соответствии с потерей кубической симметрии решетка растянется вдоль выделенной диагонали. Группа симметрии такого кристалла D_{3d}^5 состоит из трансляций $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$, оси $C_3: x + iy \to (x + iy)e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ (по часовой стрелке), которая делает циклическую перестановку индексов векторов \mathbf{a}_n ; инверсии I: $\mathbf{a}_n \rightarrow -\mathbf{a}_n$; и трех плоскостей симметрии σ_{vn} , например, действие $\sigma_{v1}: x \to -x$ не меняет \mathbf{a}_1 и переставляет $\mathbf{a}_2 \leftrightarrows \mathbf{a}_3$.

Следуя Дзялошинскому [6], выделим по три подрешётки в трех соседних гексагональных плоскостях (см. рис. 1). Кристаллографические преобразования осуществляют перестановки подрешёток

$$C_{3}: 1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 3,$$

$$4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4, 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 7;$$

$$\sigma_{v}: 1 \rightarrow 1, 2 \rightleftharpoons 3, 4 \rightarrow 4,$$

$$5 \rightleftharpoons 6, 7 \rightarrow 7, 8 \rightleftharpoons 9;$$

$$I: 1 \rightarrow 1, 2 \rightleftharpoons 3, 4 \rightleftharpoons 7, 5 \rightleftharpoons 9, 6 \rightleftharpoons 8;$$

$$\mathbf{a_{1}}: 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 2,$$

$$3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 3.$$

$$(1)$$

Введем три комплексных антиферромагнитных вектора

$$\eta = \mathbf{s}_{1} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{2} + \mathbf{s}_{3}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{2} - \mathbf{s}_{3}),$$

$$\mu = \mathbf{s}_{4} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{5} + \mathbf{s}_{6}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{5} - \mathbf{s}_{6}),$$
 (2)

$$\nu = \mathbf{s}_{7} - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_{8} + \mathbf{s}_{9}) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\mathbf{s}_{8} - \mathbf{s}_{9}).$$

Согласно таблице перестановок (1), эти векторы изменяются следующим образом

$$C_{3}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}, \, \boldsymbol{\mu} \to e^{i\frac{4\pi}{3}}\boldsymbol{\mu}, \, \boldsymbol{\nu} \to e^{-i\frac{4\pi}{3}}\boldsymbol{\nu}; \sigma_{v}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}^{*}, \, \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\mu}^{*}, \, \boldsymbol{\nu} \to \boldsymbol{\nu}^{*}; I: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\eta}^{*}, \, \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\nu}^{*} \to \boldsymbol{\mu}; \mathbf{a}_{1}: \boldsymbol{\eta} \to \boldsymbol{\mu} \to \boldsymbol{\nu} \to \boldsymbol{\eta}.$$
(3)

Обменное приближение. Поскольку температура перехода T_N значительно превосходит характерную энергию диполь-дипольного можно взаимодействия $\sim 1 K$, сначала то рассмотреть фазовый переход в обменном приближении. Для дальнейшего существенно, что, согласно данным по неупругому рассеянию



Рис. 1. Соизмеримая антиферромагнитная структура *CuCrO*₂, соответствующая обменному приближению.

нейтронов на магнонах [7], обменное взаимодействие между гексагональными кристаллическими плоскостями существенно меньше обмена внутри этих плоскостей. Поэтому основными членами разложения Дзялошинского-Ландау по компонентам параметра порядка (2) будут следующие

$$F = \tau \{ (\eta \eta^{*}) + (\mu \mu^{*}) + (\nu \nu^{*}) \} + B_{1} \{ (\eta \eta^{*})^{2} + (\mu \mu^{*})^{2} + (\nu \nu^{*})^{2} \} + B_{2} \{ \eta^{2} \eta^{*2} + \mu^{2} \mu^{*2} + \nu^{2} \nu^{*2} \}.$$
(4)

Если $B_2 > 0$, то $\eta^2 = \mu^2 = \nu^2 = 0$, что соответствует 120-ти градусной спиновой структуре

$$\boldsymbol{\eta} = \eta \frac{\tilde{\mathbf{x}} + i\tilde{\mathbf{y}}}{\sqrt{2}}, \, \boldsymbol{\mu} = \eta \frac{\mathbf{k} + i\mathbf{l}}{\sqrt{2}}, \, \boldsymbol{\nu} = \eta \frac{\mathbf{m} + i\mathbf{p}}{\sqrt{2}}.$$
 (5)

Взаимная ориентация комплексных векторов (5) определяется при учете малого межплоскостного обмена. Зависящие от этой взаимной ориентации члены четвертого порядка по амплитуде η имеют вид

$$F_{4} = B_{3}\{(\eta\mu)(\eta\mu)^{*} + (\mu\nu)(\mu\nu)^{*} + (\nu\eta)(\nu\eta)^{*}\} + B_{4}\{(\eta\mu^{*})(\eta^{*}\mu) + (\mu\nu^{*})(\mu^{*}\nu) + (\nu\eta^{*})(\nu^{*}\eta)\}.$$
(6)

Заметим, что

$$(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu})^* - (\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu}^*)(\boldsymbol{\eta}^*\boldsymbol{\mu}) = ([\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^*][\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\mu}^*]) = (\mathbf{\tilde{z}n}),$$

где $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{y}}], \quad \mathbf{n} = [\mathbf{kl}]$ (общий множитель η^4 опускаем). Кроме того,

$$(\boldsymbol{\eta \mu})(\boldsymbol{\eta \mu})^* + (\boldsymbol{\eta \mu}^*)(\boldsymbol{\eta}^*\boldsymbol{\mu}) =$$

$$\frac{(k_{\tilde{x}} - l_{\tilde{y}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{y}} + l_{\tilde{x}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{x}} + l_{\tilde{y}})^2}{2} + \frac{(k_{\tilde{y}} - l_{\tilde{x}})^2}{2} = k_{\tilde{x}}^2 + k_{\tilde{y}}^2 + l_{\tilde{x}}^2 + l_{\tilde{y}}^2 = 2 - k_{\tilde{z}}^2 - l_{\tilde{z}}^2 = 1 - n_{\tilde{z}}^2.$$

Проведя аналогичные преобразования с остальными членами в (6) убеждаемся, что, если $B_4 < B_3 < -B_4$, то выгодна компланарная ориентация всех спиновых плоскостей: $\eta = e^{i\chi}\mu$, $\nu = e^{i\phi}\mu$.

Углы χ,ϕ находятся лишь при учете следующих двух инвариантов шестого порядка

$$\begin{split} (\eta\mu^*)^3 + (\mu\nu^*)^3 + (\nu\eta^*)^3 + (\eta^*\mu)^3 + (\mu^*\nu)^3 + (\nu^*\eta)^3, \\ (\eta\mu^*)(\eta^*\nu)^2 + (\eta^*\mu)(\eta\nu^*)^2 + (\eta^*\nu)(\eta\mu^*)^2 + \\ + (\eta\nu^*)(\eta^*\mu)^2 + (\mu\nu^*)(\mu^*\eta)^2 + (\mu^*\nu)(\mu\eta^*)^2 + \\ + (\mu^*\eta)(\mu\nu^*)^2 + (\mu\eta^*)(\mu^*\nu)^2 + (\nu\eta^*)(\mu\nu^*)^2 + \\ + (\nu^*\eta)(\mu^*\nu)^2 + (\nu^*\mu)(\nu\eta^*)^2 + (\nu\mu^*)(\nu^*\eta)^2. \end{split}$$

Откуда, для интересующих нас поправок 6-го порядка к свободной энергии имеем

$$F_{6} = B_{5}\{\cos 3\chi + \cos 3\phi + \cos 3(\chi - \phi)\} + B_{6}\{\cos(2\phi - \chi) + \cos(2\chi - \phi) + \cos(\phi + \chi)\}$$
(7)

(неактуальный общий множитель η^6 опущен).

Наблюдаемой в $CuCrO_2$ антиферромагнитной структуре соответствует случай $B_5, B_6 < 0.$ Имеются три возможных состояния (домена) 1) $\chi = \phi = 0, 2$) $\chi = -\phi = 2\pi/3, 3$) $\chi = -\phi = -2\pi/3,$ переходящие друг в друга при перестановке подрешеток под действием поворота C_3 .

Обратим внимание на то, что взаимная ориентация спиновых плоскостей определяется членами в свободной энергии, соответствующими биквадратичному обмену между соседними кристаллическими плоскостями (6), а также обмену, описываемому шестью спиновыми операторами в двух или трех соседних плоскостях (7). То есть, здесь, так же как и в случае антиферромагнитной фазы твердого ³*He* [9], простой гамильтониан квадратичным по спиновым с операторам обменным взаимодействием не является адекватной микроскопической моделью.

После определения взаимной ориентации в спиновом пространстве фиксируется волновой вектор структуры. Возможны три домена, каждый из которых задается парой волновых векторов



Рис. 2. Сечение $q_z = 0$ обратной ячейки $CuCrO_2$. Пунктиром указана обратная ячейка для двумерной решетки гексагональной плоскости (отметим, что её площадь равна трети площади сечения трехмерной обратной ячейки).

 $(\mathbf{q}_1, -\mathbf{q}_1), (\mathbf{q}_2, -\mathbf{q}_2)$ и $(\mathbf{q}_3, -\mathbf{q}_3)$ (см. рис. 2). Эти шесть векторов представляют звезду волнового вектора шестимерного представления пространственной группы симметрии по которому происходит рассматриваемый переход. С точки зрения симметрии двумерной гексагональной кристаллической решетки эти вектора лежат на границе обратной ячейки в углах, и лишь два из них, например q_1 и $-q_1$, не являются эквивалентными. С точки зрения симметрии трехмерной решетки *CuCrO*₂ среди шести векторов нет эквивалентных и они занимают общее положение на осях (оси симметрии U_2), лежащих в плоскости $q_z = 0$. В таких случаях, согласно общему результату Лифшица [10], возникают несоизмеримые структуры. В рассматриваемом переходе инвариант Лифшица имеет вид

$$egin{aligned} &\eta
abla_{ot} \mu^* + \mu
abla_{ot}
u^* +
u
abla_{ot} \eta^* - \mu^*
abla_{ot} \eta - \ &
u^*
abla_{ot} \mu - \eta^*
abla_{ot}
u + + \eta^*
abla_{ot}^* \mu + \mu^*
abla_{ot}^*
u + \ &
+
u^*
abla_{ot}^* \eta - \mu
abla_{ot}^* \eta^* -
u
abla_{ot}^* \mu^* - \eta
abla_{ot}^*
u^*, \end{aligned}$$

где $\nabla_{\perp} = \partial_y + i\partial_x$. Так, для случая $\chi = \phi = 0$ получаем $\mathbf{k}\partial_x \mathbf{l} - \mathbf{l}\partial_x \mathbf{k}$. Обратим внимание на то, что этот инвариант возникает только при учете межплоскостного обмена, и его малость по отношению к внутриплоскостному обмену обеспечивает близость наблюдаемой спиральной структуры к соизмеримой.

В работе [8] была обнаружена слабая деформация $u_{yy} - u_{xx} \sim 10^{-4}$ в антиферромагнитной фазе $CuCrO_2$. Этот эффект имеет обменную природу и связан с наличием следующего инварианта

$$(u_{xx} - u_{yy} + 2iu_{xy})(\boldsymbol{\eta}^*\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\mu}^*\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu}^*\boldsymbol{\eta}) +$$
$$+(u_{xx} - u_{yy} - i2u_{xy})(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\mu}^* + \boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\nu}^* + \boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\eta}^*).$$

Релятивистские эффекты. Основной вклад в анизотропию должен вносить инвариант $\eta_z \eta_z^* + \mu_z \mu_z^* + \nu_z \nu_z^*$, возникающий при учете одноионной анизотропии и диполь-дипольного взаимодействия внутри гексагональной плоскости. Взаимодействие между плоскостями приводит ещё к двум инвариантам

$$\begin{aligned} (\eta_x + i\eta_y)\mu_z^* + (\mu_x + i\mu_y)\nu_z^* + (\nu_x + i\nu_y)\eta_z^* + \\ + (\eta_x^* + i\eta_y^*)\nu_z + (\nu_x^* + i\nu_y^*)\mu_z + (\mu_x^* + i\mu_y^*)\eta_z + \\ + (\eta_x^* - i\eta_y^*)\mu_z + (\mu_x^* - i\mu_y^*)\nu_z + (\nu_x^* - i\nu_y^*)\eta_z + \\ + (\eta_x - i\eta_y)\nu_z^* + (\nu_x - i\nu_y)\mu_z^* + (\mu_y - i\mu_y)\eta_z^*); \\ \eta_x^*\mu_x + \mu_x^*\nu_x + \nu_x^*\eta_x + \eta_x\mu_x^* + \mu_x\nu_x^* + \nu_x\eta_x^* - \\ -\eta_y^*\mu_y - \mu_y^*\nu_y - \nu_y^*\eta_y - \eta_y\mu_y^* - \mu_y\nu_y^* - \nu_y\eta_y^* + \\ + i(\eta_x^*\mu_y + \mu_x^*\nu_y + \nu_x^*\eta_y - \eta_x\mu_y^* - \mu_x\nu_y^* - \nu_x\eta_y^*) + \\ + i(\eta_y^*\mu_x + \mu_y^*\nu_x + \nu_y^*\eta_x - \eta_y\mu_x^* - \mu_y\nu_x^* - \nu_y\eta_x^*). \end{aligned}$$

При $\chi = \phi = 0$ эти инварианты сводятся к: n_z^2 , $k_x k_z + l_x l_z$ и $k_x^2 + l_x^2 - k_y^2 - l_y^2 + l_x k_y - k_x l_y$. В геликоидальной структуре второй и третий инварианты зависят от координаты x. Для нахождения их вклада в макроскопическую плотность энергии введем эйлеровы углы для задания ориентации тройки спиновых векторов **k**, **l**, **n**, относительно пространственных осей

$$\mathbf{k} = (\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\cos\theta\sin\varphi)\mathbf{x} + +(\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\theta\cos\varphi)\mathbf{y} + \sin\psi\sin\theta\mathbf{z}, \mathbf{l} = -(\sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\cos\theta\sin\varphi)\mathbf{x} + (8) +(\cos\psi\cos\theta\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi)\mathbf{y} + \cos\psi\sin\theta\mathbf{z}, \mathbf{n} = \sin\theta\sin\varphi\mathbf{x} - \sin\theta\cos\varphi\mathbf{v} + \cos\theta\mathbf{z}.$$

Проведя усреднение по углу ψ , который в обменном приближении меняется линейно по

координате x, имеем $<\cos^2\psi>=<\sin^2\psi>=1/2$, $<\sin 2\psi>=0$, и для энергии анизотропии получим

$$F_{an} = \frac{\beta_1}{2}n_z^2 + \frac{\beta_2}{2}n_x^2 + \beta_3 n_z n_x.$$
(9)

Такое усреднение вклада анизотропии по шагу спирали верно лишь в пределе сильных обменных эффектов. Поскольку здесь речь идет о конкуренции слабых межплоскостных обменных эффектов и слабых эффектов анизотропии, то картина может значительно усложниться.

Наблюдаемая в $CuCrO_2$ ориентация спиновой структуры в основном состоянии соответствует сигнатуре констант анизотропии $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < 0$. Информации же об отклонении спиновой плоскости от вертикали нет, что связано, скорее всего, с малостью эффекта ~ β_3/β_1 . Заметим, что, согласно результатам измерения спектра AФMP [11] в $CuCrO_2$, отношение $\beta_2/\beta_1 \sim 10^{-2}$.

 $[\eta\eta^*]+[\mu\mu^*]+[
u
u^*]\propto\mathrm{n}$ Величина преобразуется полярный как вектор при кристаллических преобразованиях (перестановках подрешеток с одновременным поворотом спинового пространства). Поэтому, при наличии внешнего электрического энергии поля Κ антиферромагнетика следует учесть вклад

$$F_p = -\lambda_{\parallel} n_z E_z - \lambda_{\perp} (n_x E_x + n_y E_y), \qquad (10)$$

описываюший возникновение спонтанной электрической поляризации в антиферромагнитном $p_x = \lambda_\perp n_x,$ состоянии $p_y = \lambda_\perp n_y,$ $p_z = \lambda_{\parallel} n_z$ λ (константы связаны, очевидно, co спинорбитальными эффектами). Такой механизм возникновения несобственного сегнетоэлектричества при фазовых переходах второго рода был указан Инденбомом (см. [12]).

Наличие спонтанной электрической поляризации, отслеживающей ориентацию спинового пространства, приводит к возможности антиферромагнитного возбуждения резонанса переменным электрическим полем. Кроме того, приложение постоянного электрического поля должно приводить к изменению спектра АФМР. Воспользовавшись уравнениями низкочастотной спиновой динамики [13] нетрудно определить, что, например, в случае направления поля вдоль оси у частота колебаний азимутального угла φ зада
ётся формулой

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \frac{|\beta_2|}{\chi_\perp} - \frac{\lambda_\perp^2 E^2}{\chi_\perp |\beta_2|}.$$

При этом $\cos \varphi = -\lambda_{\perp} E/|\beta_2|$. В полях $E > |\beta_2/\lambda_{\perp}|$, спиновая плоскость ориентируется перпендикулярно к полю, и

$$\left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = \frac{|\lambda_{\perp} E| - |\beta_2|}{\chi_{\perp}}.$$

Благодарю Л.Е. Свистова за помощь и полезное обсуждение.

- H. Radowaki, H. Kikuchi, Y. Ajiro. J. Phys.: Condens. Matter 2, 4485 (1990)
- M. Poienar, F. Damay, C. Martin, et al. Phys. Rev. B79, 014412 (2009)
- M. Frontzek, G. Ehlers, A. Podlesnyak, et al. J. Phys.: Condens. Matter 24, 016004 (2012)
- S.Seki, Y.Onose, Y.Tokura. Phys. Rev. Lett. 101, 067204 (2008)
- K. Kimura, H. Nakamura, S. Kimura, et al. Phys. Rev. Lett. 103, 107201 (2009)
- 6. И.Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **32**, 1547 (1957)
- M. Poienar, F. Damay, C. Martin, et al. Phys. Rev. B81, 104411 (2010)
- K. Kimura, T. Otani, H. Nakamura, et al. J. Phys. Soc. Jap.78, 113710 (2009)
- M. Roger, J.H. Hetherington, J.M. Delrieu, Rev. Mod. Phys. 55, 1 (1983)
- 10. Е.М. Лифшиц. ЖЭТФ 11, 255 (1941)
- A.M. Vasiliev, L.A. Prozorova, L.E. Svistov, et. al. Phys. Rev. B88, 144403 (2013)
- 12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Москва, Наука (1982)
- 13. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980)