Журнал экспериментальной и теоретической физики

1983

О СВЯЗИ ТЕРМОЭДС УВЛЕЧЕНИЯ С АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

И. М. Суслов

Показано, что термоэдс увлечения определяется некоторым взвешенным средним от акустоэлектрического коэффициента по направлениям и поляризациям звука.

Термоэдс Q есть кинетический коэффициент, определяющий возникающее в образце электрическое поле $\mathbf{E}$ при наличии в нем градиента температуры ∇T и отсутствии электрического тока $\mathbf{j}$:

$$\mathbf{E}=Q\nabla T, \quad \mathbf{j}=0$$

(для кристалла с кубической симметрией). В металле при низких температурах термоэдс Q представляется в виде суммы [1]

$$Q=Q_e+Q_{ph}\equiv aT+bT^3, \tag{1}$$

где первый член связан с непосредственным воздействием градиента температуры на электронную систему, а второй — с увлечением электронов потоком фононов, созданным градиентом температуры.

Термоэдс увлечения Q_{ph} по физической природе родственна с акустоэлектрическим эффектом, который состоит в возбуждении электрического тока (или ЭДС) при распространении по металлу звуковой волны. Заварицким [2] установлено порядковое соотношение между термоэдс Q_{ph} и акустоэлектрическим коэффициентом ζ:

$$Q_{ph}\sim C_{ph}s\zeta, \tag{2}$$

где C_{ph} — теплоемкость решетки, s — скорость звука. Входящий в (2) акустоэлектрический коэффициент ζ соответствует наиболее естественной постановке опыта [2] и определяется как коэффициент пропорциональности между разностью потенциалов ΔV на концах длинного образца, наведенной распространяющейся по образцу (и полностью затухающей в нем) звуковой волной, и ее начальной плотностью потока энергии W:

$$\Delta V=\zeta W. \tag{3}$$

Для металла с изотропными характеристиками соотношение (2) является точным с коэффициентом $^1/_3$ в правой части.

Оказывается, что аналог соотношения (2) можно получить и для реального анизотропного металла. При этом Q_{ph} определяется некоторым взвешенным средним от $\zeta(\mathbf{n})$ ($\mathbf{n}$ — направление относительно кристаллографических осей) по направлениям $\mathbf{n}$. Это легко понять, если представить, что сначала градиент температуры выводит из равновесия фононы, а затем они за счет акустоэлектрического эффекта создают термоэдс. Вес, с которым происходит усреднение $\zeta(\mathbf{n})$, вообще говоря, нетривиален, так как зависит от характера неравновесности фононов. Однако в низкотемпературном пределе его удается найти точно.

Запишем систему кинетических уравнений для электронной и фононной функций распределения при наличии градиента температуры. Пренебрегая рассеянием фононов за счет всех прочих механизмов, кроме электронного (что оправдано в металлах при низких температурах) [1], исключим из первого уравнения неравновесную фононную функцию распределения ([3, § 82]) и приведем его к виду

$$X_{\mathbf{k}}^{T} \equiv -\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}-\mu}{T}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\nabla T + \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{q}\lambda}\Big[\,(P_{\mathbf{k}\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}'}-P_{\mathbf{k}}^{\mathbf{k}'\mathbf{q}\lambda})\cdot \Big(2T\sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2}P_{\mathbf{k}_1\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}_2}\Big)^{-1}\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda}\frac{\partial n_{\mathbf{q}\lambda}^{0}}{\partial(\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda})}\mathbf{v}_{\mathbf{q}\lambda}\nabla T\Big]=\hat{L}\varphi_{\mathbf{k}}, \tag{4}$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$ — энергия и групповая скорость электронов с квазиимпульсом $\mathbf{k}$; $\omega_{\mathbf{q}\lambda}$ и $v_{\mathbf{q}\lambda}$ — частота и групповая скорость фононов с квазиимпульсом $\mathbf{q}$ и поляризацией λ; $f_{\mathbf{k}}^{0}$ и $n_{\mathbf{q}\lambda}^{0}$ — функции распределения Ферми и Бозе, $\varphi_{\mathbf{k}}$ — введена соотношением

$$f_{\mathbf{k}}=f_{\mathbf{k}}^{0}-\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}\varphi_{\mathbf{k}}$$

($f_{\mathbf{k}}$ — неравновесная функция распределения электронов); $\hat{L}$ — интегральный оператор столкновений (учитывающий всевозможные электронные столкновения, а также увлечение электронов фононами); $P_{\mathbf{k}\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}'}$ и $P_{\mathbf{k}}^{\mathbf{k}'\mathbf{q}\lambda}$ — вероятности электрон-фононных переходов:

$$P_{\mathbf{k}\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}'}=\sum_{\mathbf{G}}\frac{2\pi}{\hbar}|g_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\lambda}|^{2}f_{\mathbf{k}}^{0}(1-f_{\mathbf{k}'}^{0})n_{\mathbf{q}\lambda}^{0}\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'}-\varepsilon_{\mathbf{k}}-\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda})\delta_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}-\mathbf{q},\mathbf{G}},$$

$$P_{\mathbf{k}}^{\mathbf{k}'\mathbf{q}\lambda}=\sum_{\mathbf{G}}\frac{2\pi}{\hbar}|g_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\lambda}|^{2}f_{\mathbf{k}}^{0}(1-f_{\mathbf{k}'}^{0})(1+n_{\mathbf{q}\lambda}^{0})\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'}-\varepsilon_{\mathbf{k}}+\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda})\delta_{\mathbf{k}'-\mathbf{k}+\mathbf{q},\mathbf{G}},$$

где $g_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\lambda}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, связанный с соответствующей компонентой деформационного потенциала $\Lambda_{\mathbf{k}}$ соотношением

$$|g_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}^{\lambda}|^{2}=\hbar q^{2}|\Lambda_{\mathbf{k}}|^{2}/2\rho\omega_{\mathbf{q}\lambda}.$$

Мы должны найти $\varphi_{\mathbf{k}}$ из уравнения (4) и вычислить термоэлектрический ток. Удобнее, однако, воспользовавшись методом работы [4], выразить термоэлектрический ток $\mathbf{j}^{T}$ через другую функцию $\psi_{\mathbf{k}}$, являющуюся решением кинетического уравнения

$$\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}=\hat{L}\psi_{\mathbf{k}}, \tag{5}$$

используемого в теории электропроводности. Возможность этого следует из формальной цепочки равенств:

$$\mathbf{j}^{T}=-2e\sum_{\mathbf{k}}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}\varphi_{\mathbf{k}}\equiv-2e\left(\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}},\varphi_{\mathbf{k}}\right)=$$

$$=-2e\left(\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}},\hat{L}^{-1}X_{\mathbf{k}}^{T}\right)=-2e\left(\hat{L}^{-1}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{0}}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}},X_{\mathbf{k}}^{T}\right)=-2e(\psi_{\mathbf{k}},X_{\mathbf{k}}^{T})$$

[1] Окончательные формулы (8), (9) сохраняются и при наличии других механизмов рассеяния фононов, если их можно описывать в τ-приближении; при этом Γ и ζ в (8) и (9) должны быть определены с учетом этих дополнительных механизмов рассеяния.

(использована эрмитовость оператора $\hat{L}$). Соответственно для термоэдс получим

$$Q=Q_e+Q_{ph},$$

$$Q_e=+\frac{2e}{3\sigma}\sum_{\mathbf{k}}\frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}-\mu}{T}\frac{\partial f_{\mathbf{k}}^0}{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}\psi_{\mathbf{k}}\mathbf{v}_{\mathbf{k}}, \tag{6}$$

$$Q_{ph}=\frac{e}{3\sigma T}\sum_{\mathbf{q}\lambda}\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda}\frac{\partial n_{\mathbf{q}\lambda}^0}{\partial(\hbar\omega_{\mathbf{q}\lambda})}\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(P_{\mathbf{k}\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}'}-P_{\mathbf{k}}^{\mathbf{k}'\mathbf{q}\lambda})\psi_{\mathbf{k}}\mathbf{v}_{\mathbf{q}\lambda}\Big/\sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}P_{\mathbf{k}\mathbf{q}\lambda}^{\mathbf{k}'},$$

где σ — проводимость (для упрощения записи мы предположили кубическую симметрию кристалла). Выражение для Q_e в случае медленной энергетической зависимости $\psi_{\mathbf{k}}$ сводится к известной формуле Мотта [1]. Выражение для Q_{ph} упрощается в пределе низких температур, когда импульс теплового фонона меньше всех характерных размеров ферми-поверхности:

$$Q_{ph}=\frac{\pi}{90}\frac{e}{\sigma}T^3\sum_{\lambda}\int\frac{d\Omega_{\hat{\mathbf{q}}}}{(\hbar s_{\hat{\mathbf{q}}\lambda})^4}\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}\int\frac{|\Lambda_{\mathbf{k}}|^2}{v_{\mathbf{k}}^2}\cdot$$

$$\cdot\frac{\partial\psi_{\mathbf{k}}}{\partial k_q}\delta(\cos\theta)\,dS_{\mathbf{k}}\Big/\int\frac{|\Lambda_{\mathbf{k}}|^2}{v_{\mathbf{k}}^2}\delta(\cos\theta)\,dS_{\mathbf{k}}, \tag{7}$$

где θ — угол между $\mathbf{q}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}$; $s_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}$ — фазовая скорость фонона; интегрирование производится по направлениям $\hat{\mathbf{q}}=\mathbf{q}/q$. Входящие в (7) интегралы по $S_{\mathbf{k}}$ оказываются такими же, как в выражениях для акустоэлектрического тока $\mathbf{j}^A$ [4] и коэффициента поглощения звука Γ [5]:

$$\mathbf{j}_{\mathbf{q}\lambda}^A=\frac{eqW}{(2\pi\hbar)^2\rho v_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}s_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}}\int\frac{|\Lambda_{\mathbf{k}}|^2}{v_{\mathbf{k}}^2}\frac{\partial\psi_{\mathbf{k}}}{\partial k_q}\delta(\cos\theta)\,dS_{\mathbf{k}},$$

$$\Gamma_{\mathbf{q}\lambda}=\frac{q}{(2\pi)^2\hbar\rho v_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}}\int\frac{|\Lambda_{\mathbf{k}}|^2}{v_{\mathbf{k}}^2}\delta(\cos\theta)\,dS_{\mathbf{k}}.$$

Используя эти выражения, запишем (7) в виде

$$Q_{ph}=\frac{\pi}{90}\frac{T^3}{\sigma}\sum_{\lambda}\int\frac{d\Omega_{\hat{\mathbf{q}}}}{(\hbar s_{\hat{\mathbf{q}}\lambda})^3}\frac{\mathbf{j}_{\mathbf{q}\lambda}^{A(0)}\mathbf{v}_{\hat{q}\lambda}}{\Gamma_{q\lambda}}, \tag{8}$$

где $\mathbf{j}_{q\lambda}^{A(0)}$ — значение $\mathbf{j}_{\mathbf{q}\lambda}{}^A$ при $W=1$. Заметив, что акустоэлектрический коэффициент ζ, измеренный в направлении $\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}$, связан с $\mathbf{j}_{\mathbf{q}\lambda}{}^A$ следующим образом:

$$\zeta^\lambda(\hat{\mathbf{v}}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda})=\mathbf{j}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}^{A(0)}\hat{\mathbf{v}}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}/\Gamma_{\mathbf{q}\lambda}\sigma,$$

получим искомое соотношение между Q_{ph} и $\zeta(\mathbf{n})$:

$$Q_{ph}=\frac{\pi}{90}T^3\sum_{\lambda}\int d\Omega_{\hat{\mathbf{q}}}\frac{v_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}}{(\hbar s_{\hat{\mathbf{q}}\lambda})^3}\zeta^\lambda(\hat{\mathbf{v}}_{\hat{\mathbf{q}}\lambda}). \tag{9}$$

Таким образом, хотя явное вычисление каждой из величин Q_{ph} и $\zeta(\mathbf{n})$ по отдельности в общем случае невозможно, между ними удается установить точное количественное соотношение.

Автор признателен А. Ф. Андрееву, Н. В. Заварицкому и М. И. Каганову за обсуждение результатов работы.

Литература

1. *Займан Дж.* Электроны и фононы. М.: ИИЛ, 1962.
2. *Заварицкий Н. В.* ЖЭТФ, 1978, **75**, 1873.
3. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
4. *Каганов М. И., Мевлют Ш. Т., Суслов И. М.* ЖЭТФ, 1980, **78**, 376.
5. *Ахиезер А. И., Каганов М. И., Любарский Г. Я.* ЖЭТФ, 1957, **32**, 837.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2.VI.1983

ON THE RELATION BETWEEN THE PHONON DRAG THERMOPOWER AND THE ELECTROACOUSTIC COEFFICIENT

I. M. Suslov

It is shown that the Phonon drag thermopower is determined by a certain average of the electroacoustic coefficient with respect to directions and polarizations of the sound.