

## ОСОБЕННОСТИ ТЕРМОЭДС ДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В БЛИЗИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Н. В. Заварыккий, И. М. Суслов

Экспериментально и теоретически изучены переходы, связанные с изменением топологии поверхности Ферми, в двумерных металлических системах. Экспериментально исследована термоэдс  $\alpha$  в инверсных слоях на поверхности кремния, склоненных к плоскости (100). Зависимость  $\alpha$  от концентрации поверхностных электронов  $N_s$  (или уровня Ферми  $\varepsilon_F$ ) имеет сложный характер с резкими особенностями порядка наблюдаемого эффекта. Вблизи особенностей  $\alpha$  следует законам  $\alpha \propto \Delta\varepsilon^{-0.7 \pm 0.3}$  и  $\alpha \propto \Delta\varepsilon^{0.5 \pm 0.3}$ , где  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_F - \varepsilon_c$ , соответственно для двух типов особенностей, связанных с а) возникновением перешейка и б) зарождением полости. Теоретически для диффузной части термоэдс  $\alpha_e$  и термоэдс, связанной с фононным увеличением,  $\alpha_{ph}$ , получено:  $\alpha_e \propto \Delta\varepsilon^{-1}$ ,  $\alpha_{ph} \propto |\Delta\varepsilon|^{-1/2}$  в случае а) и  $\alpha_e \propto \delta(\Delta\varepsilon)$ ,  $\alpha_{ph} \propto \Delta\varepsilon^{-1/2}\Theta(\Delta\varepsilon)$  в случае б). Изучены температурные зависимости  $\alpha$  вблизи особенностей и характер размытия особенностей. В целом теория разумно согласуется с экспериментом.

### 1. Введение

Представление о топологических переходах в металлах было введено И. М. Лифшицем в 1960 г. [1]. Эти переходы связаны с изменением топологии поверхности Ферми, которое может происходить одним из двух способов — путем возникновения (разрыва) перемычки между двумя частями поверхности Ферми или путем зарождения (исчезновения) новой полости. Точка топологического перехода является особой точкой как термодинамических, так и кинетических характеристик [1, 2].

Однако для экспериментального исследования трехмерная система оказалась неблагодарным объектом, так как в ней трудно было добиться существенного изменения плотности электронов, необходимого для возникновения перехода. Это удавалось сделать только путем применения сильной деформации образцов высоких давлений или внесения большого количества примесей [3—6].

В двумерном случае существуют системы, в которых концентрацию электронов можно легко изменять в ходе опыта, — это так называемые МДП-структуры [7] (металл — диэлектрик — полупроводник). Они состоят из металлического электрода (затвора), отделенного слоем диэлектрика от массивного полупроводника. Прикладывая между затвором и объемом полупроводника напряжение  $V_g$ , можно создать в тонком поверхностном слое ( $d \sim 50 \text{ \AA}$ ) двумерный электронный газ с поверхностной плотностью  $N_s$ , зависящей от  $V_g$ .

Топологический переход можно осуществить при сравнительно небольших концентрациях  $N_s$ , если использовать МДП-структуры на сверхрешетках — системах, в которых создана дополнительная пространственная периодичность с периодом, большим по сравнению с межатомными расстояниями. В описываемых ниже экспериментах дополнительная периодичность возникала благодаря использованию поверхностей кристалла Si с высокими индексами Миллера. Последовательные изменения поверхности Ферми, происходящие в таких системах при постепенном увеличении концентрации  $N_s$ , показаны на рис. 1, — видно, что здесь имеют место оба типа топологических переходов, указанных выше: A — образование перешейка, B — зарождение полости; переходы разнесены за счет наличия в спектре минищели  $\Delta$ .

Особенности в электропроводности двумерных систем, связанные с топологическими переходами, впервые наблюдались в работе [8] и оказа-

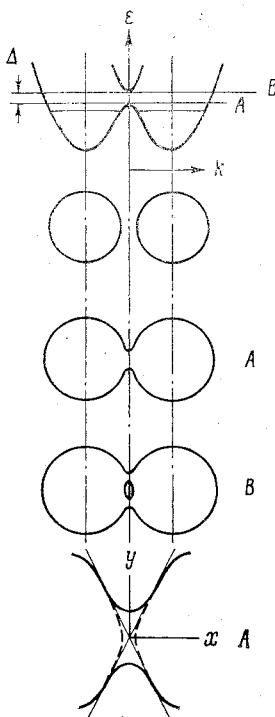


Рис. 1

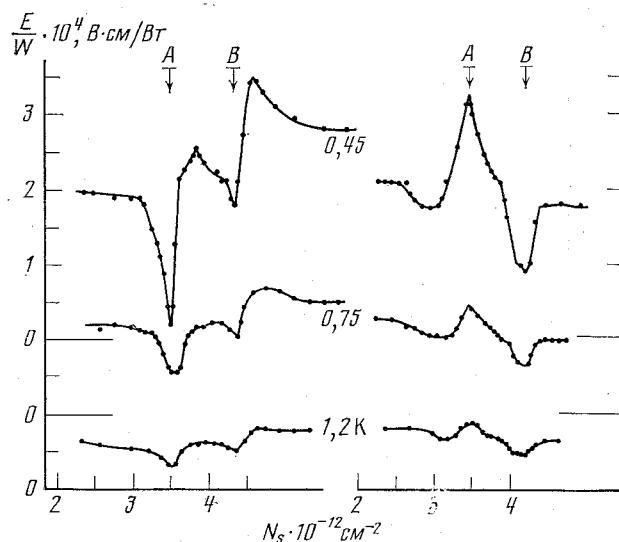


Рис. 2

Рис. 1. Электронный спектр  $\varepsilon(k)$  для МДП-структур на плоскостях кремния с высокими индексами. Внизу – последовательное изменение поверхности Ферми при увеличении концентрации  $N_s$ ; буквами указаны топологические переходы: А – возникновение перешейка (внизу в большем масштабе); В – возникновение полости; штрих – граница зоны Брилюэна, штрихпунктир – центры электронных долин

Рис. 2. Термоэдс двумерных электронных систем в МДП-структурах на плоскостях Si с высокими индексами. Образец с углом скоса к плоскости (100), равным  $\theta = -10^{\circ}30'$ . Левая серия кривых: поток тепла вдоль сверхрешетки, правая – перпендикулярно сверхрешетке. По оси ординат нуль шкалы последовательно смешен

лись очень слабыми. Значительно более сильные особенности (изменения порядка наблюдаемого эффекта) были обнаружены недавно в термоэдс  $\alpha$  [9]. В настоящей работе представлены результаты более подробного экспериментального исследования термоэдс в МДП-структурах в области топологических переходов в температурном интервале от 0,45 до 2 К при различных направлениях потока тепла относительно сверхрешетки (рис. 2). Опытные данные сопоставляются с теоретическим анализом особенностей термоэдс двумерного металла в точках топологических переходов.

## 2. Экспериментальная часть

Термоэдс  $\alpha$  определяет электрическое поле  $E$ , возникающее в образце при наличии в нем градиента температуры  $\nabla T$  и отсутствии электрического тока  $j$ :

$$E_i = \alpha_{ik} (\nabla T)_k, \quad j=0.$$

Обычно термоэдс удается разделить на диффузную часть  $\alpha_e$  и термоэдс, обусловленную фононным увлечением электронов  $\alpha_{ph}$  [10]:

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_{ph} \equiv aT + bT^3. \quad (1)$$

Для измерения термоэдс служил прибор, изображенный на рис. 3. Объектом исследования являлись МДП-структуры, изготовленные по стан-

дартной технологии на плоскостях кремния, скошенных к (100) на угол  $\theta = 9^\circ; 9^\circ 27'; 10^\circ; 10^\circ 30'; 10^\circ 40'$ ; в этом случае в двумерной системе возникает сверхрешетка в направлении скоса. В работе измерялись характеристики образцов как вдоль, так и поперек сверхрешетки.

Размеры исследуемых МДП-структур составляли  $400 \times 1200$  мкм. Структуры находились на пластинках кремния размерами  $0,3 \times 3 \times 10$  мм. На

одном конце пластинки намотан проволочный нагреватель  $H_1$ , другой конец пластинки припаян индием 2 к холодопроводу 3, который через изолирующую шайбу 4 из Ge контактировал с ванной  $\text{He}^3$  5. Нагреватель  $H_2$  использовался для изменения средней температуры образца,

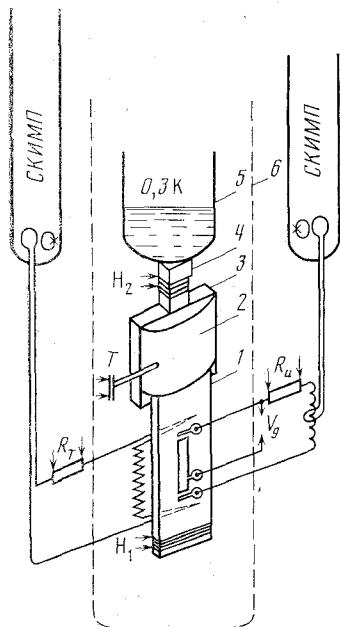


Рис. 3

Рис. 3. Прибор для исследования термоэдс в инверсионных слоях МДП-структур  
Рис. 4. Критические концентрации  $N_A$  и  $N_B$  для образцов с различными углами  $\theta$ . Точки и кружки – результаты измерений при потоке тепла соответственно вдоль и поперек сверхрешетки. Сплошная линия – кривая, которой  $k_b = 0,15(2\pi/a)\sin\theta$

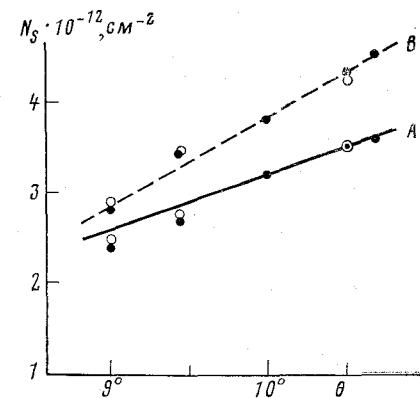


Рис. 4

которая определялась термометром  $T$ . Все эти элементы прибора находились в вакуумном контейнере 6.

Для измерения  $E$  к истоку и стоку были припаяны сверхпроводящие Pb–Sn провода диаметром 50 мкм. Для измерения  $\nabla T$  с другой стороны пластинки из Si напротив МДП-структуры были приклешены концы термопары из сверхпроводника и сплава ЗЛЖ. Для вывода сверхпроводящих приборов из контейнера использовались платиновые капилляры, впаянные в стеклянные слезки, не показанные на рис. 3.

Измерение напряжений на образце и термопаре производилось компенсационно с установкой СКИМП [11] в качестве нуль-прибора. В цепи измерения напряжения на МДП-структуре использовался воздушный трансформатор, который повышал токовую чувствительность установки до  $10^{-13}$ – $10^{-14}$  А.

Основные измерения проводились в интервале 0,45–1,2 К. Определялись проводимость  $\sigma$ , термоэдс  $\alpha$  и теплопроводность  $\kappa$  образцов. Из-за малого геометрического размера исследуемых объектов систематические ошибки в определении абсолютной величины  $\alpha$  или  $\kappa$  могли достигать 20%. Поэтому сопоставлялись величины, характеризующие относительное изменение исследуемых величин. Так, вместо термоэдс использовалось отношение  $E/W$ , где  $W$  – плотность потока тепла в объеме образца, который соответствует градиенту температуры  $\nabla T$  вдоль структуры. Величина  $\nabla T$  вдоль образца и МДП-структуры  $\nabla T = W/\kappa$ , и величина  $E/W$

прямо пропорциональна термоэдс  $\alpha$ . Согласно измерениям,  $\alpha$  не зависит от состояния электронной системы, в интервале 0,8–4 К  $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-2} T^3$  Вт/К<sup>3</sup> см и при  $T \leq 0,8$  К  $\alpha \sim T^{2,6}$ . Теплопроводность осуществляется фононами, которые рассеиваются в основном на границах пластинки кремния.

Для исследования  $\alpha$  отбирались те образцы, у которых токи утечки через слой диэлектрика  $\text{SiO}_2$  во всем интервале используемых напряжений на затворе  $V_g$  были  $< 10^{-12} - 10^{-13}$  А. Иначе требовались дополнительные предосторожности по поддержанию неизменной температуры образца при включении нагревателя  $H_1$ , который создавал тепловой поток  $W$

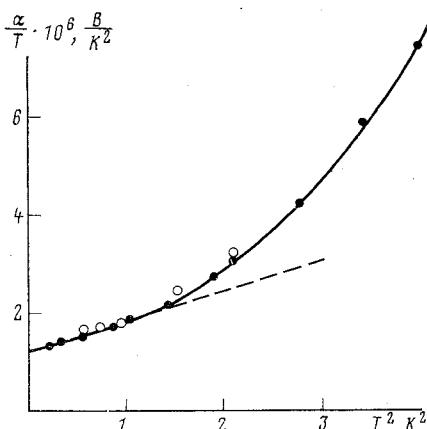


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость от температуры особенности  $A$  для образцов с углом  $\theta$ :  $\Delta - 9^\circ$ ,  $\circ - 9^\circ27'$ ,  $\bullet - 10^\circ30'$

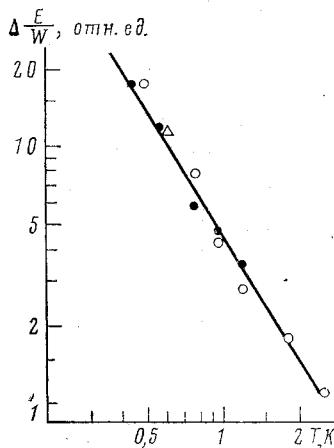


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость  $\alpha/T$  от  $T^2$  для образца с углом  $\theta$ :  $\bullet - 10^\circ30'$ ,  $\circ - 9^\circ27'$

вдоль образца. В опыте по точкам<sup>1)</sup> определялась зависимость  $E/W$  от концентрации поверхностных электронов. Величина  $N_s$  рассчитывалась по соотношению

$$N_s = C(V_g - V_0)/|e|,$$

где  $e$  — заряд электрона,  $C$  — удельная емкость структуры,  $V_0$  — пороговое напряжение, которые определялись в независимом опыте при 80 К. Для каждого из образцов измерения проводились последовательно при нескольких температурах.

На рис. 2 представлено типичное семейство кривых  $E/W$  от  $N_s$  для МДП-структур с  $\theta = 10^\circ30'$ . Левые кривые соответствуют потоку тепла вдоль сверхрешетки, правые — поперек сверхрешетки. На всех кривых виден ряд особенностей, главные из которых обозначены буквами  $A$  и  $B$ . Вид особенностей зависит от направления потока тепла. При потоке тепла вдоль сверхрешетки в  $A$  расположен минимум  $\alpha$ , при перпендикулярном потоке здесь наблюдается максимум  $\alpha$ . Особенности  $A$  или  $B$  вне зависимости от направления потока тепла расположены при одном значении  $N_A$  или  $N_B$  (рис. 4).

Абсолютную величину  $A$ - и  $B$ -особенностей  $\Delta(E/W)$  по зависимости  $E/W$  от  $N_s$  можно определить лишь с невысокой точностью (ошибки до 10–20%). Более надежно величину особенности  $A$  можно определять как полуразность  $\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel}\%$ . Значения  $\Delta(E/W)$ , определенные различными способами, представлены на рис. 5. Видно, что абсолютная величина особенностей резко возрастает при понижении температуры, примерно как  $T^{-1,6}$ .

<sup>1)</sup> Непрерывная запись была затруднена большими временами установления равновесной концентрации  $N_s(V_g)$ .

Для того чтобы выделить из термоэдс электронного газа диффузную часть и фононное увлечение, удобно (см. (1)) рассматривать зависимость  $\alpha/T$  от  $T^2$  (рис. 6). Проводить такой анализ следует, конечно, вдали от особенностей. Оказалось, что при  $T \leq 1,5$  К термоэдс следует соотношению  $\alpha/T = a + bT^2$ , которое прямо следует из соотношения<sup>2)</sup> (1). При более высоких температурах видно существенно более резкое возрастание  $\alpha/T$  с температурой. Такое поведение термоэдс наблюдалось и ранее [12] и было объяснено наличием значительного максимума  $\alpha_{ph}$  в двумерном электронном газе при  $q_t = 2k_F$ , где  $q_t$  — волновой вектор фононов, соответствующий максимуму их теплового распределения,  $\hbar k_F$  — фермиевский импульс электронов.

Полученные результаты показывают, что при анализе особенностей на кривых  $E/W$  от  $N_s$  необходимо учитывать изменение при топологических переходах как диффузной, так и фононной части термоэдс.

На кривых проводимости  $\sigma(N_s)$  в области между  $A$  и  $B$  видны  $W$ -типа особенности с амплитудой 3–5% от  $\sigma_{per}$ , подобные описанным в литературе ранее [7, 8]. Их величина и форма не изменяются при охлаждении образца до 0,4 К. Подвижность  $\mu_{max}$  большинства образцов составляла  $\approx 10^4$  см<sup>2</sup>·В<sup>-1</sup>·с<sup>-1</sup>, лишь у образцов с  $\theta = 9^\circ 27'$  она достигает  $1,9 \cdot 10^4$  см<sup>-2</sup>·В<sup>-1</sup>·с<sup>-1</sup>.

### 3. Теоретическое исследование особенностей термоэдс

Особенности в  $\alpha_e$  и  $\alpha_{ph}$  (см. (1)) имеют различный характер и должны изучаться по отдельности.

#### 1. Особенности в $\alpha_e$

Особенности диффузионной термоэдс  $\alpha_e$  исследуются путем тривиального обобщения теории [13] для трехмерного случая. Для  $\alpha_e$  справедлива формула Мотта [10]

$$\alpha_e = \frac{\pi^2 \hbar^2 T}{3e\varepsilon_F} \left. \frac{\partial \ln \sigma(\varepsilon)}{\partial \ln \varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_F}, \quad \sigma(\varepsilon) = \frac{e^2}{(2\pi)^2} \int \frac{dS_k(\varepsilon)}{\hbar v_k} \mathbf{v}_k \mathbf{l}_k, \quad (2)$$

где  $\sigma$  — проводимость,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми,  $v_k$  и  $k$  — скорость и волновой вектор электронов, интегрирование проводится по поверхности Ферми, а  $\mathbf{l}_k$  — векторная длина пробега, являющаяся решением кинетического уравнения

$$\mathbf{v}_k = \int W_{kk'} (\mathbf{l}_k - \mathbf{l}_{k'}) \frac{dS_{k'}}{\hbar v_{k'}}, \quad (3)$$

где  $W_{kk'}$  — вероятность рассеяния электронов на примесях.

Пусть изменение топологии поверхности Ферми происходит в точке  $k=0$ , являющейся центром симметрии (ср. с рис. 1). Уравнение ферми-поверхности вблизи особой точки

$$\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} = \varepsilon_F - \varepsilon_c = \Delta \varepsilon, \quad (4)$$

где  $m_x, m_y > 0$  в случае зарождения полости и  $m_x < 0, m_y > 0$  для возникновения перешейка. При  $\Delta \varepsilon = 0$  фермиевская скорость  $v_k$  обращается в нуль в точке  $k=0$ , что и обуславливает возникновение сингулярностей в физических величинах [2]; так, для плотности состояний в двумерном случае

$$n(\varepsilon_F) \sim \int \frac{dS_k}{v_k} = n_{per}(\varepsilon_F) + n_{sing}(\varepsilon_F),$$

<sup>2)</sup> Диффузная часть термоэдс  $\alpha_e^{эксп} = 1,3 \cdot 10^{-6}$  Т·В/К. По оценке, для свободного электронного газа  $\alpha_e \sim \pi^2 k^2 T / 3 |e| \varepsilon_F = 1,9 \cdot 10^{-6}$  Т·В/К.

$$\frac{v_{\text{синг}}}{v_{\text{пер}}} \sim \begin{cases} \frac{(|m_x| m_y)^{1/2}}{m} \ln \left| \frac{\varepsilon_c}{\Delta \varepsilon} \right| & (\text{переход}) \\ \frac{(m_x m_y)^{1/2}}{m} \Theta(\Delta \varepsilon) & (\text{полость}) \end{cases}, \quad (5)$$

где  $m$  — эффективная масса, характерная для больших участков поверхности Ферми.

Особенности в проводимости  $\sigma$  и диффузионной термоэдс  $\alpha_e$  связаны с особенностями  $I_k$ , которые легко выясняются из уравнения (3) [13]. Вероятность перехода  $W_{kk'}$  как функция  $\varepsilon_k$  и  $\varepsilon_{k'}$  меняется на интервалах энергии, характерных для энергетического спектра, — таких, как ширина зоны, величина псевдопотенциала и т. д. — и в одноэлектронном приближении не зависит от электронного заполнения; поэтому ее можно считать регулярной при  $\Delta \varepsilon = 0$ . Член с  $I_k$  в (3) имеет такую же особенность, как плотность состояний (5); в случае возникновения перехода он логарифмически расходится при  $\Delta \varepsilon \rightarrow 0$ , тогда как член с  $I_{k'}$  остается конечным (так как  $I_k=0$  при  $k=0$  ввиду нечетности  $I_k$ ). Это позволяет найти явный вид  $I_k$ :

$$I_k = \frac{v_k}{\int W_{kk'} dS_{k'} / \hbar v_{k'}} = \tau_k v_k, \quad \tau_k \sim \frac{1}{\ln |\varepsilon_c / \Delta \varepsilon|}, \quad (6)$$

т. е.  $\tau$ -приближение оказывается строго обоснованным (это специфично для двумерного случая). В случае возникновения полости можно установить лишь характер особенности  $I_k$ :

$$I_k = I_k^{\text{пер}} + \Delta I_k \Theta(\Delta \varepsilon). \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (2), видим, что  $\sigma^{-1}$  имеет такие же особенности, как плотность состояний (5), а для сингулярной части термоэдс  $\alpha_e$  получим (с оценкой коэффициентов в  $\tau$ -приближении)

$$\frac{\alpha_e^{\text{синг}}}{\alpha_e^{\text{пер}}} \sim \begin{cases} \frac{(|m_x| m_y)^{1/2}}{m} \frac{v_{\text{пер}}}{v} \frac{\varepsilon_c}{\Delta \varepsilon} & (\text{переход}) \\ - \frac{(m_x m_y)^{1/2}}{m} \delta \left( \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_c} \right) & (\text{полость}) \end{cases} \quad (8)$$

## 2. Особенности в $\alpha_{ph}$

Для анализа  $\alpha_{ph}$  удобно воспользоваться теорией акустоэлектрического эффекта, развитой в [14]. В двумерной системе звуковая волна с волновым вектором  $\mathbf{q}$ , поляризацией  $\lambda$  и плотностью потока энергии  $W_{q\lambda}$  возбуждает электрический ток

$$j_{q\lambda} = \frac{2\pi e q^2}{(2\pi\hbar)^2 s \omega_{q\lambda} \rho_{2D}} W_{q\lambda} \int dS_k \frac{\Lambda_k^2}{v_k^2} \frac{\partial I_k}{\partial k_q} \delta(\hat{v}_k \hat{q}), \quad (9)$$

где  $I_k$  — выражение (3),  $\omega$  и  $s$  — частота и скорость звука,  $\hat{v}_k$  и  $\hat{q}$  — единичные векторы в направлении  $v_k$  и  $\mathbf{q}$ ,  $\Lambda_k$  — соответствующая компонента деформационного потенциала,  $k_q = \mathbf{k}\mathbf{q}$ , а  $\rho_{2D}$  — плотность металла. В условиях эксперимента фононы в основном рассеиваются на границах образца; поэтому поток энергии фононов  $W_{q\lambda}$ , созданный градиентом температуры, можно считать заданным и не зависящим от свойств электронной системы. Для получения термоэлектрического тока нужно просуммировать<sup>3)</sup> (9)

<sup>3)</sup> Подробнее о связи термоэдс с акустоэлектрическим эффектом см. в [15].

по  $\mathbf{q}$  и  $\lambda$ ; это приводит к выражению для термоэдс вида

$$\alpha_{ph}^{il} = \sigma_{ij}^{-1} \sum_{\lambda} \int d\Omega_{\hat{\mathbf{q}}} \int dS_{\mathbf{k}} \frac{F^l(\hat{\mathbf{q}}, \lambda)}{v_{\mathbf{k}}^2} \left( \frac{\partial l_{\mathbf{k}}^j}{\partial \mathbf{k}} \hat{\mathbf{q}} \right) \delta(\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{q}}) \quad (10)$$

с функцией  $F(\hat{\mathbf{q}})$ , обладающей свойством  $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{q}}) = -\mathbf{F}(-\hat{\mathbf{q}})$ . В  $\tau$ -приближении для фононов она имеет вид

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \lambda) = \frac{\pi}{30} T^3 \frac{e \Lambda^2 l_{ph}}{(\hbar s)^5 \rho_{2D}} \mathbf{v}_{q\lambda}, \quad (11)$$

где  $l_{ph}$  — длина пробега фононов.

Интегрирование по направлениям  $\mathbf{q}$  в (10) устраниет  $\delta$ -функцию. Предполагая, что через  $\mathbf{k}=0$  проходит плоскость симметрии, получим

$$\alpha_{ph}^{xx} = \frac{2}{\sigma^{xx}} \sum_{\lambda} \int dS_{\mathbf{k}} \frac{F^x(\hat{\mathbf{t}}_{\mathbf{k}}, \lambda)}{v_{\mathbf{k}}^2} \frac{\partial l^x}{\partial k_x} \hat{\mathbf{t}}_{\mathbf{k}}^x, \quad (12)$$

где  $\hat{\mathbf{t}}_{\mathbf{k}}$  — вектор касательной к ферми-поверхности в точке  $\mathbf{k}$ , и аналогичную формулу для  $\alpha_{ph}^{yy}$ . В случае возникновения перешейка ввиду (6) и (4) имеем

$$\left. \frac{\partial l^x}{\partial k_x} \right|_{\mathbf{k}=0} = \frac{\hbar \tau}{m_x} < 0, \quad \left. \frac{\partial l^y}{\partial k_y} \right|_{\mathbf{k}=0} = \frac{\hbar \tau}{m_y} > 0, \quad (13)$$

откуда ясно, что сингулярности в  $\alpha_{ph}^{xx}$  и  $\alpha_{ph}^{yy}$  (т. е. при измерении вдоль оси перешейка и перпендикулярно к ней) противоположны по знаку.

Благодаря наличию квадрата  $v_{\mathbf{k}}$  в знаменателе подынтегрального выражения (12) особенности в  $\alpha_{ph}$  оказываются более сильными, чем в плотности состояний:

$$\frac{\alpha_{ph}^{xx \text{ sing}}}{\alpha_{ph}^{xx \text{ per}}} \sim \begin{cases} -A \frac{v}{v_{\text{пер}}} \left( \frac{\varepsilon_c}{|\Delta\varepsilon|} \right)^{1/2} & (\text{перешеек}) \\ B \frac{v}{v_{\text{пер}}} \left( \frac{\varepsilon_c}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2} \Theta(\Delta\varepsilon) & (\text{полость}) \end{cases} \quad (14)$$

где

$$A = \frac{m_y}{[m(|m_x| + |m_y|)]^{1/2}} E \left( \left[ \frac{|m_y|}{|m_x| + |m_y|} \right]^{1/2} \right), \quad m_y \Delta\varepsilon > 0,$$

$$A = \frac{m_y}{[m(|m_x| + |m_y|)]^{1/2}} \left\{ K \left( \left[ \frac{|m_x|}{|m_x| + |m_y|} \right]^{1/2} \right) - E \left( \left[ \frac{|m_x|}{|m_x| + |m_y|} \right]^{1/2} \right) \right\}, \quad m_y \Delta\varepsilon < 0,$$

$$B = \frac{m_x}{m_y - m_x} \left( \frac{m_y}{m} \right)^{1/2} \left\{ \frac{m_y}{m_x} E \left( \left[ \frac{m_y - m_x}{m_y} \right]^{1/2} \right) - K \left( \left[ \frac{m_y - m_x}{m_y} \right]^{1/2} \right) \right\}, \quad m_y \geq m_x,$$

$$B = \frac{m_y}{m_x - m_y} \left( \frac{m_x}{m} \right)^{1/2} \left\{ K \left( \left[ \frac{m_x - m_y}{m_x} \right]^{1/2} \right) - E \left( \left[ \frac{m_x - m_y}{m_x} \right]^{1/2} \right) \right\}, \quad m_y \leq m_x.$$

Оценка коэффициентов сделана для  $W_{hk'} = \text{const}$ ,  $\Lambda = \text{const}$ ,  $l_{ph} = \text{const}$ ,  $E(k)$  и  $K(k)$  — эллиптические интегралы. Выражения для  $\alpha_{ph}^{yy}$  получаются из (14) перестановкой  $x$  и  $y$ .

Логарифмическая особенность в  $I_{\mathbf{k}}$  (6) сокращается с аналогичной особенностью в  $\sigma$ , поэтому в случае возникновения перешейка особенности кинетического происхождения не проявляются в  $\alpha_{ph}$ . В случае зарождения полости особенность в  $I_{\mathbf{k}}$  (7) сокращается с особенностью в  $\sigma$  только в условиях применимости  $\tau$ -приближения (например, при  $W_{kk'} = \text{const}$ ), в об-

щем же случае она приводит к дополнительному скачку в  $\alpha_{ph}$  (рис. 7):

$$\tilde{\alpha}_{ph}^{\text{синг}} = \text{const } \Theta(\Delta\epsilon). \quad (15)$$

### 3. Факторы, ограничивающие величину особенностей

В предыдущем рассмотрении предполагались выполненные следующие условия:

$$\begin{aligned} \frac{T}{\varepsilon_F} &\rightarrow 0, \quad \frac{\hbar}{\varepsilon_F \tau} \rightarrow 0, \quad \frac{q_T}{k_F} \rightarrow 0, \\ \frac{1}{q_T l_F} &\rightarrow 0, \quad \frac{s}{v_F} \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\tau$  — время релаксации электронов,  $l_F = \tau v_F$  — их длина пробега,  $q_T = T/\hbar s$  — тепловой импульс фононов. Конечность любого из параметров (16) может приводить к обрезанию особенностей. Действие первого параметра связано с размытием фермиевского распределения, второго — с примесным размытием спектра; эти два параметра обрезают особенности как в  $\alpha_e$ , так и в  $\alpha_{ph}$ .

Остальные три параметра (16) существенны только для  $\alpha_{ph}$  и, как мы увидим, приводят только к ослаблению особенностей, но не устраниению их.

Для исследования роли параметра  $q_T/k_F$  заметим, что  $\delta$ -функция в (9), (10) происходит из  $\delta$ -функции, выражющей закон сохранения энергии

$$\delta(\varepsilon_{k+q} - \varepsilon_k - \hbar\omega_q) \approx \delta(\hbar\mathbf{v}_k \mathbf{q} - \hbar\omega_q + \frac{\hbar^2 q_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 q_y^2}{2m_y} + \dots) \rightarrow \frac{\delta(\hat{\mathbf{v}}_k \hat{\mathbf{q}})}{v_k q} \quad (17)$$

в результате разложения аргумента по  $\mathbf{q}$  и ограничения первым членом. Это оправдано при  $\Delta\epsilon \gg \hbar^2 q_T^2/m$ , так как при этом минимальное значение  $v_k$  на ферми-поверхности велико по сравнению с  $\hbar q_T/m$  и первый член в (17) является главным. В малой окрестности перехода  $\Delta\epsilon \ll \hbar^2 q_T^2/m$  вблизи точки  $\mathbf{k}=0$  можно пренебречь в (17) членом  $\hbar\mathbf{v}_k \mathbf{q}$  по сравнению с членами  $q^2$ . В случае возникновения перешейка ( $m_x < 0$ ,  $m_y > 0$ ) это не мешает занулению аргумента  $\delta$ -функции при интегрировании по направлениям  $\mathbf{q}$ ; при этом степень  $v_k$  в знаменателе (12) понижается со второй на первую и особенность  $\alpha_{ph}$  ослабляется:

$$\alpha_{ph}^{\text{синг}} \propto \ln |\varepsilon_e / \Delta\epsilon|, \quad \Delta\epsilon / \varepsilon_e \ll (q_T / k_F)^2 \quad (\text{перешеек}).$$

В случае возникновения полости ( $m_x > 0$ ,  $m_y > 0$ ) при  $\Delta\epsilon \ll \hbar^2 q_T^2/m$  аргумент  $\delta$ -функции не обращается в нуль и особенность при  $\Delta\epsilon = 0$  устраняется — это связано с физически очевидным обстоятельством, что полость размера  $k_0 \lesssim q_T$  не взаимодействует с фононами. Коническая особенность, возникающая при  $k_0 \sim q_T$ , после интегрирования по тепловому распределению фононов сглаживается до регулярного максимума (рис. 7). Отметим, что особенность кинетического происхождения (15) сохраняется.

Для исследования роли параметра  $q_T l$ , следуя Пиппарду [16], заменим

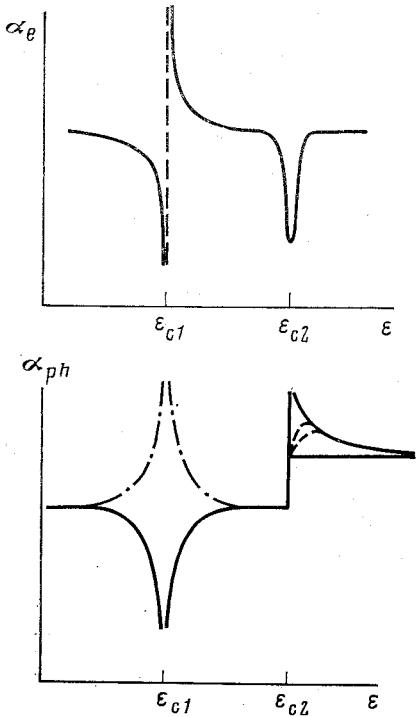


Рис. 7. Расчетные изменения диффузной  $\alpha_e$  и фононной  $\alpha_{ph}$  частей термоэдс в 2D-системе электронов при топологических переходах;  $C_1$  — появление перешейка,  $C_2$  — рождение полости

$\delta$ -функцию в (10) на лоренцеву функцию

$$\delta(\hat{v}_k \hat{q}) = \delta(\cos \varphi) \rightarrow \frac{1}{\pi} \frac{q I_k}{1 + (q I_k)^2 \cos^2 \varphi} = \frac{1}{\pi} \frac{q \tau v_k}{1 + (q v_k \tau)^2}. \quad (18)$$

Вблизи  $k=0$  скорость  $v_k \rightarrow 0$  и можно опустить член  $(qv_k \tau)^2$  в знаменателе (18); в результате степень  $V_k$  в знаменателе (10) понижается на единицу и особенности  $\alpha_{ph}$  ослабляются до особенностей плотности состояний (5). Это верно лишь при  $\Delta\varepsilon \ll \varepsilon_c / (q t l_F)^2$ , так как в противном случае минимальное значение  $v_k$  на ферми-поверхности больше  $1/q \tau$  и используется  $\delta$ -функция вместо (18) является законным.

Для исследования эффектов  $\sim s/v_F$  в  $\delta$ -функции (17) нужно сохранить член  $\hbar \omega_q$ . Условие обращения в нуль ее аргумента

$$v_k \hat{q} = s \quad (19)$$

может быть выполнено лишь на участках поверхности Ферми, для которых  $v_k \geq s$ . Это приводит к устранению особенностей при  $\varepsilon = \varepsilon_c$ , которые связаны с обращением  $v_k$  в нуль (сохраняются лишь «кинетические» особенности (15)). Вместо них возникают особенности в точке  $\varepsilon = \varepsilon_{c1}$ , где впервые появляются участки ферми-поверхности, не взаимодействующие с фононами ( $v_k < s$ ), и в точке  $\varepsilon = \varepsilon_{c2}$ , где эти участки исчезают.

Подставляя в (10)  $\delta$ -функцию (17) с сохранением члена  $\hbar \omega_q$  и интегрируя, получим

$$\alpha_{ph}^{xx} = \frac{1}{\sigma_{xx}} \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\lambda} \int dS_k \frac{F^x(\hat{q}_k^\alpha, \lambda)}{v_k(v_k^2 - s^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial l_k^x}{\partial k_x} (\hat{q}_k^\alpha)^x \Theta(v_k - s), \quad (20)$$

где  $\hat{q}_k^\alpha$ ,  $\alpha=1, 2$  — решения (19). В общем случае особенность подынтегральной функции при  $v_k = s$  является интегрируемой и не приводит к особенностям в  $\alpha_{ph}$ . Исключение составляет случай, когда скорость  $v_k$  имеет экстремум на поверхности Ферми, в котором ее значение равно  $s$ :

$$v_{ext} = s. \quad (21)$$

Это условие может быть выполнено лишь в изолированных точках оси  $\varepsilon$ ; для спектра (4) это точки:

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_c + m_x s^2 / 2, \quad \varepsilon_{c2} = \varepsilon_c + m_y s^2 / 2. \quad (22)$$

Следует иметь в виду, что для экстремальных точек (21) векторы  $\hat{q}_k$ , являющиеся решением (19), как правило, ориентированы в направлении высокой кристаллографической симметрии и функция  $F^l(\hat{q})$  в (20) может обращаться в нуль. В случае спектра (4) векторы  $\hat{q}_k$  в экстремальных точках направлены вдоль оси  $x$  при  $\varepsilon = \varepsilon_{c1}$  и вдоль оси  $y$  при  $\varepsilon = \varepsilon_{c2}$ . Используя поведение  $F^l(\hat{q})$  вблизи  $\hat{q} = \hat{x}$  и  $\hat{q} = \hat{y}$   $F^x(\hat{q}) \sim \text{const}$ ,  $F^y(\hat{q}) \sim q_y$ ,  $q_y \rightarrow 0$ ,  $F^x(\hat{q}) \sim q_x$ ,  $F^y(\hat{q}) \sim \text{const}$ ,  $q_x \rightarrow 0$ , получим для  $\alpha_{ph}$  вблизи особенностей:

$$\begin{aligned} \alpha_{ph}^{xx} &\sim \ln \frac{1}{|\varepsilon_F - \varepsilon_{c1}|}, \quad \alpha_{ph}^{yy} \sim (\varepsilon_F - \varepsilon_{c1}) \ln \frac{1}{|\varepsilon_F - \varepsilon_{c1}|}, \quad \varepsilon_F \rightarrow \varepsilon_{c1} \\ \alpha_{ph}^{xx} &\sim (\varepsilon_F - \varepsilon_{c2}) \ln \frac{1}{|\varepsilon_F - \varepsilon_{c2}|}, \quad \alpha_{ph}^{yy} \sim \ln \frac{1}{|\varepsilon_F - \varepsilon_{c2}|}, \quad \varepsilon_F \rightarrow \varepsilon_{c2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Вид особенностей одинаков для возникновения полости и перешейка, однако в первом случае обе особенности расположены по одну сторону от точки  $\varepsilon = \varepsilon_c$ , а во втором — по разные стороны (см. (22)).

Таким образом, конечность параметра  $s/v_F$  приводит к расщеплению

особенностей в области  $\Delta\varepsilon \sim ms^2 \sim \varepsilon_c(s/v_F)^2$ . Для сверхрешеток на Si с периодом  $d \sim 10\text{ \AA}$  параметр  $s/v_F \approx 1/30$  и расщепление оказывается слишком малым. По-видимому, оно окажется наблюдаемым для сверхрешеток с периодом в несколько раз больше.

#### 4. Роль трехмерности фононов

До сих пор мы рассматривали идеализированную модель двумерной системы; обсудим теперь, в какой степени она применима для описания процессов в реальных МДП-структурах. Факт двумерности электронного газа в этих системах не вызывает сомнений — электроны локализованы в узком слое толщиной  $d \sim 50\text{ \AA}$  вблизи поверхности полупроводника, находясь на нижнем размерно-квантованном уровне. Их волновые функции можно брать в виде

$$\psi_{\mathbf{k}_{\parallel}} = S^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_{\parallel}) \Phi(z), \quad (24)$$

где  $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_x, k_y)$ ,  $\mathbf{r}_{\parallel} = (x, y)$ ,  $S$  — площадь поверхности,  $\Phi(z)$  — нормированная функция, отличная от нуля в области  $0 \leq z \leq d$ . Фононы же в МДП-структурах являются трехмерными, свободно двигаясь по всей толщине образца, — это подтверждается оценками величины теплопроводности и термоэдс увлечения  $\alpha_{ph}$  [17]. Трехмерность фононов следует учитывать при обсуждении особенностей  $\alpha_{ph}$ .

Как известно [10], вероятность электрон-фононного взаимодействия содержит квадрат матричного элемента фононной волны по электронным волновым функциям:

$$J = \left| \int d\mathbf{r} \psi_{\mathbf{k}'}^{*}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right|^2. \quad (25)$$

В трехмерном случае  $\psi_{\mathbf{k}}$  имеет вид трехмерной плоской волны и  $J$  сводится к  $\delta_{\mathbf{k}' - \mathbf{k} - \mathbf{q}}$ . Для волновых функций вида (24) получим

$$J = \delta_{\mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel} - \mathbf{q}_{\parallel}} I(q_z),$$

где  $I(q_z)$  легко вычисляется в двух предельных случаях:

$$I(q_z) = \left| \int dz \Phi^{*}(z) e^{iq_z z} \Phi(z) \right|^2 = \begin{cases} 1, & qd \ll 1 \\ d^{-1} \delta(q_z), & qd \gg 1 \end{cases} \quad (26)$$

(в первом случае можно положить  $e^{iq_z z} = 1$ , во втором интеграл существенно отличен от нуля при  $qd \ll 1$  и величина  $I(q_z)d$  обладает свойствами  $\delta$ -функции). Произведя указанную модификацию вероятности электрон-фононного взаимодействия, вычислим акустоэлектрический ток:

$$\mathbf{j}^A = \frac{2\pi eq^2}{(2\pi\hbar)^2 \rho_{3D} s \omega_{\mathbf{q}}} W_{\mathbf{q},\lambda} I(q_z) \int dS_{\mathbf{k}} \frac{\Lambda_{\mathbf{k}}^2}{v_{\mathbf{k}}^2} \frac{\partial I_{\mathbf{k}}}{\partial k_{\mathbf{q}_{\parallel}}} \delta\left(\hat{v}_{\mathbf{k}} \frac{q}{q_{\parallel}} - s \frac{q}{q_{\parallel}}\right) \quad (27)$$

(где  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  — двумерный вектор). Для вычисления термоэлектрического тока нужно проинтегрировать по трехмерному импульсу фонара  $\mathbf{q}$ . В случае  $q_T d \gg 1$  после тривиального интегрирования по  $q_z$  получим для  $\alpha_{ph}$  выражение (10) с  $q_{\parallel}$  вместо  $q$  и с соответствующим образом определенной функцией  $F(\hat{\mathbf{q}})$ ; в случае  $q_T d \ll 1$  (27) сводится к виду (10) в пренебрежении эффектами  $\sim s/v_F$ . Выпишем функции  $F(\mathbf{q})$  в  $\tau$ -приближении для фононов:

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{q}}) = \frac{\pi}{30} T^3 \frac{e\Lambda^2 l_{ph}}{(\hbar s)^5 \rho_{3D}} \frac{1}{2\pi d} \hat{s}\hat{\mathbf{q}}, \quad q_T d \gg 1,$$

$$\mathbf{F}(\hat{\mathbf{q}}) = \frac{5! \xi(5)}{32\pi^3} T^4 \frac{e\Lambda^2 l_{ph}}{(\hbar s)^6 \rho_{3D}} \hat{s}\hat{\mathbf{q}}, \quad q_T d \ll 1. \quad (28)$$

Таким образом, к МДП-структурам применимы все результаты п. 2, 3

в случае  $q_T d \gg 1$  и все результаты, кроме формул (23), в случае  $q_T d \ll 1$ . Вместо формул (23) в последнем случае будем иметь

$$\begin{aligned} \alpha_{ph}^{xx\infty}(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_F)^{\frac{1}{2}}\Theta(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_F), \quad \alpha_{ph}^{yy\infty}(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_F)^{\frac{1}{2}}\Theta(\varepsilon_{c1}-\varepsilon_F), \quad \varepsilon_F \rightarrow \varepsilon_{c1}, \\ \alpha_{ph}^{xx\infty}(\varepsilon_{c2}-\varepsilon_F)^{\frac{1}{2}}\Theta(\varepsilon_{c2}-\varepsilon_F), \quad \alpha_{ph}^{yy\infty}(\varepsilon_{c2}-\varepsilon_F)^{\frac{1}{2}}\Theta(\varepsilon_{c2}-\varepsilon_F), \quad \varepsilon_F \rightarrow \varepsilon_{c2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Для получения этих формул интегрируем по  $d^3q$  в (27) в полярных координатах; после интегрирования по  $q$  и  $\varphi$  подынтегральное выражение имеет особенности вида (23), но со скоростью звука

$$\tilde{s} = s/\sin \theta$$

вместо  $s$  (см. (22)). Подставляя в (23)  $\tilde{s}$  вместо  $s$  и интегрируя по  $\theta$ , получим (29).

Наконец, выпишем значения  $\alpha_{ph}$  для сферической ферми-поверхности (вдали от топологического перехода):

$$\alpha_{ph} = \frac{\pi}{30} \frac{k}{e} (kT)^3 \frac{m^2}{N_s} \frac{s}{\hbar k_F} \frac{\Lambda^2 l_{ph}}{(\hbar s)^5 d \rho_{3D}}, \quad q_T d \gg 1, \quad (30a)$$

$$\alpha_{ph} = \frac{5! \zeta(5)}{16\pi^2} \frac{k}{e} (kT)^4 \frac{m^2}{N_s} \frac{s}{\hbar k_F} \frac{\Lambda^2 l_{ph}}{(\hbar s)^6 \rho_{3D}}, \quad q_T d \ll 1. \quad (30b)$$

Соотношение (30а) удовлетворительно описывает результаты экспериментов по измерению  $\alpha_{ph}$  в МДП-структуратах [12] и проводящих слоях на поверхности германия<sup>4)</sup> [17].

#### 4. Обсуждение результатов

Исходя из известного энергетического спектра 2D-электронов в образцах со сверхрешеткой (рис. 1), в исследованной области плотностей  $N_s$  следует ожидать наличия двух топологических переходов, которые мы идентифицируем с точками  $A$  и  $B$  (рис. 2) — первый связан с возникновением перешейка, второй с зарождением новой полости.

Сопоставление данных опыта (рис. 2) и результатов теоретических расчетов (рис. 7) показывает, что наблюденные особенности  $\alpha$  в области топологических особенностей связаны как с изменением  $\alpha_e$ , так и  $\alpha_{ph}$  и являются суперпозицией кривых  $a$  и  $b$  на рис. 7. Так, особенность  $A$  состоит из максимума и минимума, разделенных резким скачком, что характерно для теоретической особенности  $\alpha_e^{\text{sing}\infty}(\Delta\varepsilon)^{-1}$ . Однако для  $\alpha_{ph}^{xx}$  (направления потока тепла вдоль направления перешейка) минимум значительно глубже максимума, тогда как для  $\alpha_{ph}^{yy}$  максимум больше, чем минимум. Этот факт естественно объясняется вкладом  $\alpha_{ph}$ , который согласно теории отрицателен ( $\alpha_{ph}^{\text{sing}\infty} \sim -|\Delta\varepsilon|^{-\frac{1}{2}}$ ) в первом случае и положителен ( $\alpha_{ph}^{\text{sing}\infty} \sim |\Delta\varepsilon|^{-\frac{1}{2}}$ ) во втором.

В случае особенности  $B$  минимум следует интерпретировать как вклад  $\alpha_e$  вида  $\alpha_e^{\text{sing}\infty} = -\delta(\Delta\varepsilon)$ , а максимум — как вклад  $\alpha_{ph}$  вида  $\alpha_{ph}^{\text{sing}\infty} \sim (\Delta\varepsilon)^{-\frac{1}{2}}\Theta(\Delta\varepsilon)$ . В качестве центров особенностей (стрелки на рис. 2) мы выбрали для особенности  $A$  положение минимума кривой для  $\alpha_{ph}^{xx}$  и максимума для  $\alpha_{ph}^{yy}$ , для особенности  $B$  — положение минимума  $\alpha$ . Эти характеристические точки меньше всего смещаются при изменении температуры.

Отчетливое проявление в экспериментальных кривых как  $\alpha_e^{\text{sing}}$ , так и  $\alpha_{ph}^{\text{sing}}$  свидетельствует, что  $\alpha_e^{\text{sing}} \sim \alpha_{ph}^{\text{sing}}$ . В то же время данные рис. 5 показывают, что при наименьших температурах ( $T \sim 0,5$  K)  $\alpha_e^{\text{per}} \sim 5\alpha_{ph}^{\text{per}}$  и

<sup>4)</sup> В расчете  $\alpha_{ph}$  в приложении к работе [17] имеются вычислительные ошибки.

тем самым относительная величина особенности  $\alpha_{ph}^{\text{синг}} / \alpha_{ph}^{\text{рег}}$  должна существенно превышать  $\alpha_e^{\text{синг}} / \alpha_e^{\text{рег}} \sim 1$ .

Для оценки величины особенностей выпишем численные значения указанных выше обрезающих факторов:

$$\frac{T}{\varepsilon_F} \approx \frac{1}{400} - \frac{1}{200}, \quad \frac{\hbar}{\varepsilon_F \tau} \approx \frac{1}{30} - \frac{1}{40}, \quad \frac{q_T}{k_F} \approx \frac{1}{3} - \frac{1}{6},$$

$$q_T l \approx \frac{1}{10} - \frac{1}{30}, \quad \frac{s}{v_F} \approx \frac{1}{30}$$

(величины  $\varepsilon_F$  и  $k_F$  рассчитывались по  $N_A$ , время  $\tau$  — по подвижности  $\mu$ ). Видно, что главным обрезающим фактором для  $\alpha_e$  является  $\hbar/\varepsilon_F \tau$ , а для  $\alpha_{ph}$  — отношение  $q_T/k_F$ . Используя эти значения, получаем следующую оценку величины особенностей в минимуме  $A$ :

$$\frac{\alpha_e^{\text{синг}}}{\alpha_e^{\text{рег}}} \sim \frac{(|m_x| m_y)^{1/2}}{m} \frac{\varepsilon_F \tau}{\hbar} \sim 10, \quad \frac{\alpha_{ph}^{\text{синг}}}{\alpha_{ph}^{\text{рег}}} \sim \frac{k_F}{q_T} \sim 3-6.$$

В первом случае полученная расчетом величина особенности на порядок превышает экспериментальные значения. Это может быть связано с тем, что оценки в формулах (8), (14) получены в  $\tau$ -приближении. Для согласования оценок (31) с экспериментальными результатами достаточно предположить, что величина  $\tau$  вблизи особой точки  $k=0$  существенно меньше, чем в среднем на поверхности Ферми.

Зависимость от температуры абсолютной величины особенностей определяется изменением обрезающих факторов. Как уже указывалось, величина  $\alpha_e^{\text{синг}} / \alpha_e^{\text{рег}}$  определяется  $\hbar/\varepsilon_F \tau$  и тем самым не изменяется с тем-

пературой; величина  $\alpha_{ph}^{\text{синг}} / \alpha_{ph}^{\text{рег}}$  определяется  $q_T/k_F$  и должна возвращаться обратно пропорционально температуре. Использованная при обработке опытных данных величина  $E/W$  пропорциональна  $a/T^2 + b$  из соотношения (1). Следовательно, в зависимости от того, связана особенность в  $\alpha$  в основном с  $\alpha_e$  или  $\alpha_{ph}$ ,  $\Delta(E/W)$  будет изменяться либо пропорционально  $T^{-2}$ , либо  $T^{-1}$ . Это не противоречит результатам эксперимента (рис. 5), согласно которым  $\Delta(E/W) \sim T^{-1.6}$ .

Наиболее интересно выяснить закон изменения термоэдс вблизи особенностей и сравнить его с теорией. Изменение поверхностной плотности  $N_s$  двумерного электронного газа связано с изменением уровня Ферми  $\varepsilon_F$  очевидным соотношением

$$\Delta N_s = v(\varepsilon_F) \Delta \varepsilon_F.$$

Плотность состояний  $v(\varepsilon_F)$  имеет в точках топологических переходов слабые особенности (5), которые в результате размытия становятся почти неразличимыми (это ясно видно из измерений проводимости), и вблизи перехода  $N_s$  и  $\varepsilon_F$  можно считать пропорциональными. Будем рассматривать для  $\alpha_{xx}$  левое крыло особенности  $A$  и правое крыло особенности  $B$ . (В промежутке особенности  $A$  и  $B$  сильно искажают друг друга.) Для исключения регулярной части  $\alpha$  будем рассматривать производную  $d\alpha/d\varepsilon$  по  $\varepsilon$ , которая пропорциональна  $d\alpha/dN_s$ . Для расчета  $d\alpha/dN_s$  были использованы экспериментальные точки (рис. 8). Для образца с  $\theta=9^\circ$  кривая  $d\alpha/dN_s$  смешена по оси ординат на  $(-0,6)$ , так чтобы  $d\alpha/dN_s \rightarrow 0$  при  $\Delta N_s/N_A \approx 20\%$ . Вне области температурного размытия (штрих) поведение  $\alpha$  вблизи особенности описывается зависимостью

$$d\alpha/d\varepsilon \sim |\varepsilon_F - \varepsilon_c|^{1.7 \pm 0.3}.$$

Это не противоречит выводам теории, согласно которым показатель степени должен быть между  $-1,5$  (штрихпунктирная линия) и  $-2$  (сплошная линия на рис. 8) в зависимости от того, преобладает  $\alpha_{ph}$  или  $\alpha_e$  для особенности  $A$ , и  $-1,5$  для особенности  $B$ <sup>5)</sup>.

Для особенности  $B$  максимум  $\alpha$  соответствует условию  $q_T \sim k_0$ , где  $k_0$  — размер полости. При изменении температуры расстояние между максимумом  $\alpha$  и центром особенности  $B$  увеличивается приблизительно по линейному закону (рис. 9). Это согласуется с зависимостью размера полости без учета псевдопотенциального расщепления  $k_0 \sim (\varepsilon_F - \varepsilon_{cB})$ , что верно для полостей достаточно большого размера.

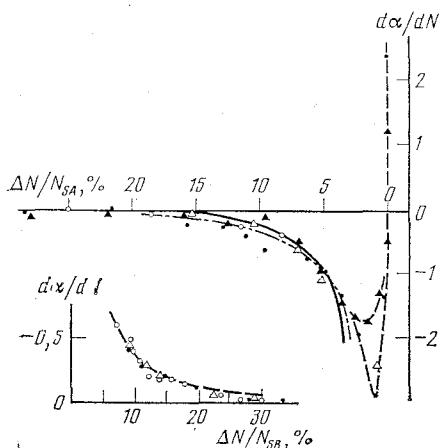


Рис. 8

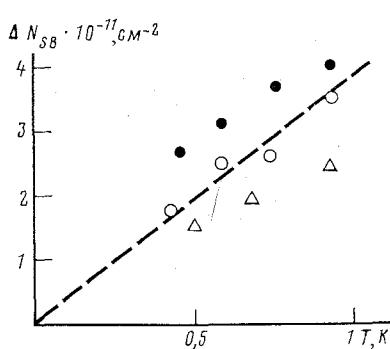


Рис. 9

Рис. 8. Изменение амплитуды особенности вблизи топологического перехода. Сплошная линия — зависимость, пропорциональная  $(\Delta N_s)^{-2}$ , штрихпунктирная линия — зависимость  $(\Delta N_s)^{-1,5}$ . Штриховые кривые — изменение в области температурной размазанности ( $\bullet$  —  $0,45$  К,  $\blacktriangle$  —  $0,58$  К). Для образцов с углом  $\theta$ :  $\triangle$  —  $-9^\circ$ ,  $\circ$  —  $-9^\circ 27'$ ,  $\bullet$ ,  $\blacktriangle$  —  $-10^\circ 30'$

Рис. 9. Зависимость от температуры расстояния от В до максимума  $\alpha_{||}$  для образцов с углом  $\theta$ :  $\triangle$  —  $-9^\circ$ ,  $\circ$  —  $-9^\circ 27'$ ,  $\bullet$  —  $-10^\circ 30'$

Положение точек топологических переходов  $A$  и  $B$  зависит от периода исследуемой сверхрешетки или от угла  $\theta$  между поверхностью, на которой изготовлена МДП-структуре, и плоскостью (100) Si (рис. 4). В пренебрежении псевдопотенциалом сверхрешетки оба перехода происходили бы в одной точке, положение которой определяется из условия касания двух ферми сфер на рис. 1, — при этом их радиус  $k_F$  соответствует расстоянию от центра электронных долин  $0,15 (2\pi/a) \sin \theta$  (для Si  $a=543$  Å) до границы зоны Бриллюэна. Результаты такой оценки  $N_A$  (сплошная кривая на рис. 4) разумно согласуются с экспериментом. Причина, по которой особенности  $A$  и  $B$  расположены несимметрично относительно сплошной линии, по-видимому, связана с некоторым искажением ( $\propto \cos \theta$ ) формы электронных долин.

Расстояние между особенностями  $A$  и  $B$  определяет величину миницели  $\Delta$ . Расчет  $\Delta$  по экспериментальным значениям  $N_B - N_A$  и средней плотности состояний  $v(\varepsilon_F) = 1,6 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2} \cdot \text{мэВ}^{-1}$  согласуется с результатами измерения  $\Delta$  прямыми методами [18, 19].

Авторы благодарны А. Ф. Андрееву, М. И. Каганову, А. И. Шальникову за обсуждения, З. Д. Квону, принимавшему участие в начальной части работы, Н. А. Никитину за техническое содействие.

<sup>5)</sup> В области предельно низких температур  $T \leq 0,5$  К на кривых  $\alpha(N_s)_A$  слева появляются перегулярности. Это приводит к выбросу точек на кривой рис. 8 от плавной зависимости (см., например,  $\theta = 10^\circ 30'$ ,  $\Delta N \sim 10\% N_A$ ).

## Литература

1. *Лифшиц И. М.* ЖЭТФ, 1960, 38, 1569.
2. *Каганов М. И., Лифшиц И. М.* УФН, 1979, 129, 487.
3. *Брандт Н. Б., Гинзбург Н. И., Иенатьев Т. А. и др.* ЖЭТФ, 1965, 49, 85.
4. *Overcash D. R., Davis Tracy, Jr., Cook J. W., Skove M.* J. Phys. Rev. Lett., 1981, 46, 287.
5. *Будько С. Л., Вороновский А. Н., Гопотченко А. Г., Иукесич Е. С.* ЖЭТФ, 1984, 86, 778.
6. *Егоров В. С., Федоров А. Н.* ЖЭТФ, 1983, 85, 1647.
7. *Волков В. А., Петров В. Б., Сандомирский В. А.* УФН, 1980, 131, 423.
8. *Cole T., Lakhani A. A., Stiles P.* J. Phys. Rev. Lett., 1977, 38, 722.
9. *Заварыцкий Н. В., Квон З. Д.* Письма в ЖЭТФ, 1984, 39, 61.
10. *Займан Дж.* Электроны и фононы. М.: ИИЛ, 1962.
11. *Заварыцкий Н. В., Ветчинкин А. Н.* ПТЭ, 1974, 1, 247.
12. *Заварыцкий Н. В., Квон З. Д.* Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, 85.
13. *Вакс Б. Г., Трефилов А. В., Фомичев С. В.* ЖЭТФ, 1981, 80, 1613.
14. *Каганов М. И., Мевлют Ш. Т., Суслов И. М.* ЖЭТФ, 1980, 78, 376.
15. *Суслов И. М.* ЖЭТФ, 1983, 85, 1847.
16. *Pippard A. B.* Proc. Roy. Soc., 1960, A257, 165.
17. *Заварыцкий Н. В., Заварыцкий В. Н.* ЖЭТФ, 1982, 83, 1182.
18. *Sham L. J., Allen J. S., Jr., Kamger A., Tsui D. C.* Phys. Rev. Lett., 1978, 40, 472.
19. *Sesselman W., Kotthaus J. P.* Sol. St. Comm., 1979, 39, 193.

Институт физических проблем  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
24.V.1984

## THERMOPOWER SINGULARITIES OF A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS NEAR TOPOLOGICAL TRANSITIONS

*N. V. Zavaritsky, I. M. Suslov*

The transitions consisting of a Fermi surface topological change are studied experimentally and theoretically in two-dimensional metallic systems. The thermopower  $\alpha$  in inversion layers close to the (100) plane on the surface of silicon is investigated experimentally. The dependence of  $\alpha$  on the surface of electron concentration  $N_s$  (or on the Fermi level  $\epsilon_F$ ) is complicated with pronounced singularities of the order of the effect observed. Near the singularities of  $\alpha$  the latter obeys the laws  $\alpha \propto \Delta\epsilon^{-0.7 \pm 0.3}$  and  $\alpha \propto \Delta\epsilon^{-0.5 \pm 0.3}$ , where  $\Delta\epsilon = \epsilon_F - \epsilon_c$ . The laws correspond to each of the two types of singularities which are related to a) the appearance of a neck and b) to the formation of a cavity. For the diffusion thermopower  $\alpha_e$  and for the phonon drag thermopower  $\alpha_{ph}$  it is derived theoretically that  $\alpha_e \propto \Delta\epsilon^{-1}$  and  $\alpha_{ph} \propto |\Delta\epsilon|^{-1/2}$  in case a) and  $\alpha \propto \delta(\Delta\epsilon)$ ,  $\alpha_{ph} \propto \Delta\epsilon^{-1/2}\Theta(\Delta\epsilon)$  in case b). The temperature dependencies of  $\alpha$  near the singularities and the nature of smearing out of the singularities are studied. As a whole, the theory is in reasonable agreement with the experiments.