

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ  
им. А.Н. ТИХОНОВА

Шеин Кирилл Вячеславович

**Кинетическая индуктивность квазиодномерного сверхпроводника при  
различных температурах**

Выпускная квалификационная работа

по направлению 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы  
связи»

студента образовательной программы бакалавриата  
«Инфокоммуникационные технологии и системы связи»

Студент, группы БИТ-152

\_\_\_\_\_ К.В.Шеин

д.ф-м.н., профессор К.Ю. Арутюнов

\_\_\_\_\_

Москва 2019 г.

## **Аннотация**

Главной целью данной работы является изучения эффекта большой кинетической индуктивности, который наблюдается в квазиодномерных сверхпроводниках малых сечений.

В теоретической части работы планируется провести обзор явления кинетической индуктивности и расчета данного явления для квазиодномерных сверхпроводящих структур. Также необходимо вывести частотную зависимость кинетической индуктивности сверхпроводника и зависимость этих параметров от температуры.

В экспериментальной части работы необходимо провести подготовку экспериментального оборудования для работы при низких температурах. Провести компьютерное моделирование электронной схемы измерения и измерить вольт-амперную и амплитудно-частотную характеристику при различных температурах.

## **Annotation**

The main goal of this work is to study the effect of large kinetic inductance, which is observed in quasi-one-dimensional superconductors of small cross sections.

In the theoretical part of work, review the phenomenon of kinetic inductance and estimate this phenomenon for quasi-one-dimensional superconducting structures. It is also necessary to derive the frequency dependence of the kinetic inductance of the superconductor and the dependence of these parameters on the temperature.

In the experimental part of the work it is described the experimental equipment for low temperatures experiment. Electronic circuit is simulated with special software and designed to measure the current-voltage and amplitude-frequency response at different temperatures.

# Содержание

Введение.....	5
Глава 1. Теоретическая часть.....	7
1.1 Теория сверхпроводимости.....	8
1.3 Кинетическая индуктивность.....	14
1.3.1 Вывод формулы кинетической индуктивности из уравнения Лондонов.....	14
1.3.2 Вывод формулы кинетической индуктивности с использованием теории Гинзбурга-Ландау.....	16
1.3.3 Вывод формулы кинетической индуктивности с использованием теории Бардина, Купера, Шриффера.....	19
Глава 2. Экспериментальная часть.....	20
2.1 Описание образца.....	20
2.1.2 Описание меандра.....	21
2.2 Постановка задачи эксперимента.....	23
2.3 Подготовка экспериментальной вставки.....	23
2.4 Моделирование эквивалентной электрической схемы.....	25
2.4.1 Оценки значения кинетической индуктивности сверхпроводящего меандра NbN.....	26
2.5 Калибровка измерительных приборов.....	27
2.5.1 miniVna pro.....	27
2.5.2 Калибровка miniVna pro.....	29
2.6 Измерение вольт-амперной характеристики образца.....	32
2.6.1 Калибровка термометра RuO <sub>2</sub> .....	32
2.7 Измерение АЧХ меандра NbN.....	36
Глава 3. Заключение.....	39

## Введение

Последнее десятилетия мы наблюдаем бурно развитие электронной техники, в соответствие с законом Мура число транзисторов в интегральных схемах удваивается каждые 18 месяцев, что введет к уменьшению размеров техники и увеличению производительной мощности. Однако последние исследования показывают, что закон Мура перестает работать, так в электронных компонентах, размеры которых порядка десяти нанометров важную роль играют квантовые процессы, которые накладывают ограничения на дальнейшую миниатюризацию данных компонентов. Соответственно становится актуальна разработка компонентов, которые могли бы работать на таких масштабах.

Наряду с фундаментальными причинами, ограничивающими миниатюризацию, присутствует еще и чисто техническая - невозможность эффективного отвода тепла, выделяемого в единице объема (площади) интегральной схемы. Соответственно решением данной проблемы может быть переход от обычных проводников к сверхпроводящим. Однако вся современная электроника работает на высоких частотах порядка гигагерцев, а как известно на конечных частотах сопротивление сверхпроводника отличается от нулевого, это может быть объяснено наличием, так называемой, кинетической индуктивности, импеданс которой увеличивается с ростом частоты. Соответственно данный эффект ограничивает использования сверхпроводников в наноэлектронных устройствах, например, таких как квантовые логические элементы - кубиты. Однако есть ряд нонэлектронных устройств, где этот факт используется как основной, например, в сверхпроводящих болометрах[1] или в фотонных детекторах[2].

Из выше приведенных фактов следует, что явление кинетической индуктивности носит как прикладной, так и фундаментальный характер и является обширной темой исследований.

# Глава 1. Теоретическая часть

Постановка задачи и ее актуальность.

Высокочастотные электрические схемы повсеместно используются в научных экспериментах, главными элементами которых являются катушки индуктивности и конденсаторы. Когда мы говорим о катушке индуктивности, то обычно имеется в виду магнитная (геометрическая) индуктивность, которая может быть выведена из закона Фарадея и зависит от запасенной энергии магнитного поля и протекающего через катушку тока. В общем виде магнитная индуктивность определяется формулой(1)[3].

$$L_m = \frac{\Phi}{i} \quad (1)$$

Соответственно можем вывести связь магнитной индуктивности и запасенной магнитной энергией для уединенного проводника[4]

$$W_m = \int_0^i id\Phi = \int_0^i Lidi = \frac{Li^2}{2} \quad (2)$$

Например, для системы из двух проводов длиной  $l$  и радиусом  $r \ll d$  ( $d$  – расстояние между проводниками, индуктивность может быть выведена по такой формуле)(3,4,5)[3]

$$d\Phi = BdS = \frac{\mu_0 il}{2\pi} \left( \frac{l}{x} + \frac{l}{d-x} \right) dx \quad (3)$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 il}{\pi} \ln\left(\frac{d-r}{r}\right) \quad (4)$$

$$L_m = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln\left(\frac{d}{r}\right) \quad (5)$$

Как мы видим из формулы (5) магнитная индуктивность линейно зависит от длины катушки и лишь логарифмически от ее диаметра. Следовательно, проблематично сделать катушку индуктивности достаточно малых размеров с большой индуктивностью. Но в современной микро и наноэлектронике часто нужна большая индуктивность малых размеров.

Наряду с выше описанной магнитной индуктивностью  $L_m$ , любой проводник также имеет так называемую кинетическую индуктивность  $L_K$ . В отличие от  $L_m$  кинетическая индуктивность  $L_K$  возникает не из-за запасенной магнитной энергии, а из-за сохранённой энергии движения носителей заряда. Кинетическая индуктивность прямо пропорциональна длине наноструктуры и обратно пропорциональна площади поперечного сечения, из чего следует, что в довольно компактных размерах порядка микрометра, возможно, сделать структуру с большим значениям индуктивности.

В не сверхпроводящих наноструктурах резистивная составляющая доминирует над кинетической индуктивностью, так как в таких структурах идет сильная диссипация энергии носителей зарядов. Однако в наноструктурах, обладающих сверхпроводящими свойствами при температуре ниже критической  $T_c$ , резистивная часть импеданса становится равно нулю и преобладает кинетическая индуктивность.

Поэтому в настоящее время актуальны исследования кинетической индуктивности, так как высокочастотные схемы используются повсеместно, а использования наноструктур становится актуальнее с каждым годом.

## 1.1 Теория сверхпроводимости

Как было сказано раньше, кинетическая индуктивность имеет значительный эффект в сверхпроводящих структурах. Поэтому в данной работе я кратко приведу описания теории сверхпроводимости.

Сверхпроводимость – это явление, при котором у металлов удельное сопротивление становится равным нулю при определенной критической температуре  $T_c$ .

Первые теоретические уравнение описывающие явления в сверхпроводнике предложили братья Лондоны [4], они предположили, что, как и в обычных металлах носителями тока являются электроны и применили уравнения максвелла с условием равенства нулю удельного сопротивления ( $\rho=0$ ).

Сейчас мы кратко выведем данные уравнения, так как в дальнейшем мы будем их использовать.

### 1.2.1 Уравнения Лондонов

**Первое уравнение Лондонов:**

Первое уравнение выводится для сверхпроводящих электронов в единичном объеме. Запишем второй закон Ньютона.

$$nm \frac{dv}{dt} = neE \quad (6)$$

Где  $n$  – концентрация сверхпроводящих электронов,  $m$  – масса сверхпроводящих электронов,  $e$  – заряд электрона.

Тогда напряженность поля можно записать в следующем виде

$$E = \frac{(d\Lambda j)}{dt} \quad (7)$$

Где

$$j = nev \quad (8)$$

$$\Lambda = \frac{m}{ne^2} \quad (9)$$

### Второе уравнение Лондонов:

Запишем уравнение максвелла, связывающее изменение магнитного и электрического поля

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (10)$$

Взяв, ротор от обеих частей уравнения 7 и подставив уравнения (10), получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} j + \frac{1}{\Lambda c} B) = 0 \quad (11)$$

Но с учетом того, что в толще сверхпроводника выполняется соотношение  $j = 0$  и  $B = 0$ , то получаем второе уравнения Лондонов

$$\operatorname{rot} j + \frac{1}{\Lambda c} B = 0 \quad (12)$$

Также уравнение 7 может быть записано в таком виде

$$\frac{\partial j}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \lambda^2} E \quad (13)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{m \mu_0}{ne^2}} \quad (14)$$

Где  $\lambda$  – глубина проникновения магнитного поля

## 1.2.2 Проводимость металлов

Выше было замечено, что у сверхпроводящих металлов при температуре ниже критической удельное сопротивление становится равным нулю. У обычных металлов такого не происходит, даже при сверхнизких температурах. Чтобы разобраться в этом явлении, нам надо понять, что такое проводимость металла.

При приложении электрического поля к металлу в нем начинают движение электронный газ. Электроны упруго рассеиваются при столкновениях с ионы в кристаллической решетке металла.

Этот процесс характеризуется временем релаксации  $\tau$  – время между рассеиванием на ионах. В течение некоторого времени рассеянные электроны будут иметь усредненный постоянный импульс и скорость, направленный вдоль поля. На основе этих утверждений было получены уравнение проводимости с использованием модели Друде[5].

Запишем уравнения 6, приняв  $v = \text{const}$

$$0 = qE - \frac{vm}{\tau}; v = \frac{q\tau}{m}E \quad (15)$$

Подставив уравнение 15 в уравнение 8 получим

$$j = \frac{nq^2\tau}{m}E = \sigma E \quad (16)$$

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (17)$$

Где  $\sigma_0$  – проводимость,  $n$  – концентрация электронов

Для переменного поля получаем

$$j = je^{i\omega t}; E = Ee^{i\omega t} \quad (18)$$

Тогда проводимость при приложенном переменном поле можно выразить

$$\sigma(\omega)_n = \frac{\sigma_0}{1 - j\omega\tau} \quad (19)$$

Если разложить уравнение на мнимую и реальную часть, то получим

$$\sigma(w)_n = \frac{n_n e^2 \tau}{m(1 + w^2 \tau^2)} - j \frac{n_N e^2 \tau}{m(1 + w^2 \tau^2)} \quad (20)$$

$$\sigma(w)_n = \sigma_{1n} - j\sigma_{2n} \quad (21)$$

$\sigma_{2n}$  – мнимая часть проводимости. Она возникает из-за того, что у электронов есть эффективная масса, и они не могут мгновенно реагировать на приложенное поле. За время  $\tau$  электроны под действием приложенного поля будут ускоряться. В момент, когда поле будет направлена в противоположную сторону, электроны должны будут потерять свой импульс, прежде чем двигаться в обратном направлении поля. Для диапазона микроволн период приложенного поля порядка десятков нс, что намного больше, чем  $\tau$ . Получается, что мнимая часть на 3 порядка меньше, поэтому в обычных металлах на микроволновых частотах этой частью пренебрегают[6].

Сравнивая уравнение (19) и уравнение (21), мы видим, что в отличие от нормального металла, где проводимость по постоянному току конечна, заданная в качестве предела проводимости по переменному току при  $\omega \rightarrow 0$ , бесконечна. Проводимость переменного тока сверхпроводника, однако, похожа на проводимость катушки индуктивности. Таким образом, сверхпроводник может быть смоделирован как индуктивность. При температуре не равной критической, это не верно, так как нормальное сопротивление еще сохраняется[7].

### 1.2.3 Двухжидкостная модель

Можно дать довольно простое описание процессов сверхпроводимости, если принять, что в сверхпроводнике при температурах  $0 < T < T_c$  есть два вида электронов. Одни сверхпроводящие электроны, которые могут двигаться без рассеивания, а другие нормальные. Такая модель называется двухжидкостной моделью. Позже при рассмотрении теории БКШ, мы узнаем, что в отличие от нормального металла, где движение всех электронов

является независимым, в сверхпроводнике при температуре ниже критической электроны образуют куперовские пары (Пара из двух электронов, с противоположными спинами). Соответственно для сверхпроводящих электронов удельное сопротивление равно 0.

При температуре некоторые электроны будут образовывать куперовские пары, а некоторые еще будут находиться в нормальном состоянии. Соответственно это можно представить как движение двух электронных жидкостей (нормальной и сверхпроводящей). Нормальный канал можно представить как резистор, так как обычные электроны имеют резистивное сопротивление. Сверхпроводящий канал можно представить как катушку индуктивности, так как она не имеет сопротивления по постоянному току[6].

Пусть  $n_s$  – плотность нормальных электронов.  $n_n$  - плотность сверхпроводящих электронов. Для переменного тока на низких частотах проводимость сверхпроводящего канала будет намного больше, чем обычного. Однако на частотах порядка МГц проводимость сверхпроводящего канала уменьшается. Это связано с инертностью электронов, следовательно, мы можем сказать, что данный канал представляет индуктивность и может иметь значительный импеданс на высоких частотах. Так как импеданс катушки индуктивности определяется следующей формулой

$$Z_L = j\omega L_k \quad (22)$$

Где  $L_k$  так называемая кинетическая индуктивность.

Этот эффект сравнивают с индуктивностью, но в данном случае она описывается не магнитным полем, а запасенной кинетической энергией нерассеянных электронов. Эквивалентная формула проводника, проводимость которого описана данной моделью рис 1.

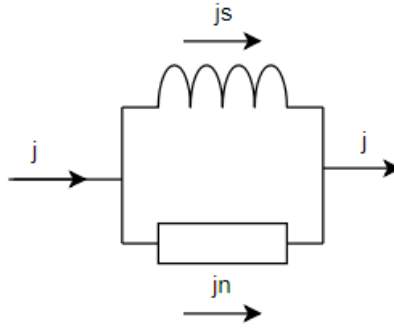


Рис 1. Двухжидкостная модель сверхпроводника

Проводимость связана с плотностью электронов. Плотность сверхпроводящих электронов  $n_s$  при  $T=0$  примерно равна.

$$n_s = n \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right) \quad (23)$$

$n_s$  и  $n_n$  связаны следующим соотношением

$$n = n_s + n_n \quad (24)$$

Где  $n$  – общая концентрация электронов.

Изменение концентрации электронов влияет не только на проводимость сверхпроводящих металлов, но и на глубину проникновения магнитного поля.

$$\lambda(T) = \lambda(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (25)$$

Где  $\lambda(0)$  - Лондоновская глубина проникновения магнитного поля при  $T = 0\text{K}$ [6].

## 1.3 Кинетическая индуктивность

### 1.3.1 Вывод формулы кинетической индуктивности из уравнения Лондонов.

Как было сказано в главе 1. Магнитная индукция связана с магнитным полем и током, который возникает в данном участке цепи:

$$E_m = \frac{1}{8\pi} \int H^2 dV = \frac{1}{2c^2} L_m I^2 \quad (26)$$

В главе 1.2.3 мы ввели такое понятие, как кинетическая индуктивность, которая связана с кинетической энергией, тогда выражение для кинетической энергии можно записать в следующем виде [6]

$$E_k = \int n \frac{mv^2}{2} dV = \frac{1}{2c^2} L_k I^2 \quad (27)$$

Подставив уравнение (8) и (9) в (27) получим выражение для кинетической индуктивности.

$$L_k = c^2 \Lambda \int j_s^2 dV / I^2 \quad (28)$$

Где  $j_s$  – плотность сверхпроводящего тока.

Видно, что для того чтобы получить значения кинетической индуктивности надо взять интеграл по объему проводника. Следовательно кинетическая индуктивность как и магнитная будет зависеть от размеров проводника и для каждого вида проводника должна вычисляться отдельно. В книге [8] была выведена кинетическая индуктивность для проводника круглого сечения длины  $l$  и радиуса  $R$  ( $R \gg \lambda$ ). Подставляя в (28) плотность сверхпроводящего тока и произведя интегрирование получим:

$$L_k = \frac{l\lambda}{R} \quad (29)$$

Также часто используют такое понятие как индуктивность на квадрат. Например, для плоского проводника, его индуктивность увеличивается с увеличением длины и уменьшается с увеличением ширины, следовательно если разбить такой проводник на квадраты, то их индуктивность будет постоянной в независимости от дальнейшего масштабирования проводника. Тогда подставим длину окружности в (29) получим формулу кинетической индуктивности на квадрат.

$$L_{k\Box} = \frac{2\pi R\lambda}{R} = 2\pi\lambda \quad (30)$$

Подставив магнитную постоянную  $\mu_0 = 4\pi$  . Получим формулу

$$L_{k\Box} = \frac{\mu_0\lambda}{2} \quad (31)$$

В нашем эксперименте мы будем работать с тонкими пленками NbN, так что теперь выведем формулу кинетической индуктивности для тонкой пленки, при условии, что толщина пленки  $d \ll \lambda$  . Соответственно ток будет распределен по толщине однородно. В книге [8] была выведена кинетическая индуктивность тонкой пленки

$$L_{k\Box} = \frac{\mu_0\lambda^2}{d} \quad (32)$$

Сделаем примерные оценки кинетической индуктивности на квадрат для тонких пленок NbN.

Величина  $\lambda$  для тонких пленок NbN варьируется в диапазоне (200-600нм) в зависимости от толщины пленки[9]. Тогда, например, для пленки толщиной  $d = 400\text{нм}$  и  $\lambda = 400\text{нм}$  получаем

$$L_{k\Box} = 5\text{мкГн}$$

Однако как показано в формуле 25 и статьях [8] и [9],  $\lambda$  также зависит от температуры и это надо учитывать при расчётах.

### 1.3.2 Вывод формулы кинетической индуктивности с использованием теории Гинзбурга-Ландау.

В 1950-ых годах была построена первая феноменологическая теория сверхпроводимости – теория Гинзбурга-Ландау[10]. В теории Лондонов совсем не учитывались квантовые эффекты сверхпроводимости.

Также в теории Лондонов не учитывался тот факт, что сверхпроводящее состояние более упорядоченно, чем обычное и переход из одного состояния в другое можно рассматривать как фазовый переход второго рода.

В квантовой физике принято описывать микроскопические с помощью волновых функций электронов  $\Psi$ . Объединив эти величины они ввели функцию  $\Psi(r)$  и рассматривали это как параметр порядка. В основу этой теории легли работы Л.Д. Ландау о теории фазовых переходах. Так как данная теория описывает процесс сверхпроводимости как переход второго рода, то и область применения данной теории ограничена и рассматривает процессы вблизи окрестности  $T_c$ .

Нормировка функции порядка описывается формулой

$$|\Psi(r)|^2 = \frac{n_s}{2} \quad (33)$$

Тогда разложение свободной энергии по степеням для однородного сверхпроводника(без внешнего магнитного поля) вблизи  $T_c$  раскладывается[10]

$$F_s^0 = F_n + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 \quad (34)$$

Теперь выведем формулы кинетической индуктивности с использованием теории Гинзбурга – Ландау.

Запишем уравнение 28 и распишем  $\lambda$  [11]

$$L_k = \frac{m}{2n_s e^2} \frac{l}{wd} \quad (35)$$

Где  $n_s$  – плотность куперовских пар

С учетом теории ГЛ распишем зависимость  $n_s$  от температуры  $T$  [11]

$$n_s = n \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right) \quad (36)$$

Решив уравнения (35) и (36) с учетом малых токов, получим

$$L_k = \frac{m}{2e^2} \left(\frac{l}{wd}\right) \left(1 - \frac{1}{n_s(T)}\right) \quad (37)$$

Подставив уравнение (36) получим

$$L_k = \left(\frac{m}{2e^2}\right) \left(\frac{l}{wd}\right) \left(\frac{1}{n_s(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)}\right) = L_k(0) \frac{1}{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)} \quad (38)$$

Где  $n_s(0)$  и  $L_k(0)$  – плотность куперовских пар и кинетическая индуктивность при  $T$  близкой к 0 градусов. Данное приближение (37) работает только для температур близких к  $T_c$  и при токе смещения  $I = 0$ .

Помимо зависимости от температуры,  $n_s$  также зависит от тока. Данную зависимость можно вывести аналитически, применяя теорию Гинзбурга-Ландау и на основе работе [11] и [12]. В соответствии с работой [12], выразим  $n_s$  через  $I$  и  $k\xi$ , где  $k$  – градиент фазы вдоль длины сверхпроводящей пленки,  $\xi$  – сверхпроводящая длина когерентности. Тогда подставляя это в уравнение (38) с учетом разложения из работы [13], получаем

$$\frac{I}{I_c} = \frac{3\sqrt{3}}{2}(k\xi - k^3\xi^3) \quad (39)$$

$$L_k(k\xi) = \left(\frac{m}{2e^2}\right)\left(\frac{l}{wd}\right)\left(\frac{l}{n_s(k\xi)}\right) \approx \left(\frac{m}{2e^2}\right)\left(\frac{l}{wd}\right)\left(\frac{1}{n_s(0)(1 - 3k^2\xi^2)}\right) \quad (40)$$

$$L_k(k\xi) = L_k(0)\left(\frac{1}{(1 - 3k^2\xi^2)}\right) \quad (41)$$

Стоит заметить, что данные выражения тоже выведены используя теорию Гинзбурга - Ландау, а значит, применимы в окрестности  $T=T_c$ .

### **1.3.3 Вывод формулы кинетической индуктивности с использованием теории Бардина, Купера, Шриффера.**

В 1956 году Леон Купер ввел такое понятие как куперовская пара. Он предположил, что в металлах два электрона могут находиться в связанном состоянии по средство фононого взаимодействия. И могут быть описаны как одна частица с  $m^* = 2m_e$  и зарядом  $q^* = 2e$ .

На основе этой теории была построена микроскопическая теория сверхпроводимости - теория Бардина, Купера, Шриффера(БКШ теория)[14].

В 1972 году авторы теории получили за нее Нобелевскую премию.

Теория БКШ является первой не феноменологической теорией сверхпроводимости, так как смогла объяснить причины данного явления.

Поэтому теперь выведем формулу для нахождения кинетической индуктивности, используя теорию БКШ. Ранее при рассмотрении двухжидкостной модели сверхпроводимости, что кинетическая индуктивность связана с комплексной проводимостью. Распишем проводимость с использованием теории БКШ по формуле Матиса- Бардина[11] для частот( $hf \ll k_bT$ )

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_n} = \frac{\pi \Delta(T)}{hf} \tanh\left(\frac{\Delta(T)}{2k_b T}\right) \quad (42)$$

Где  $\sigma_i$  – мнимая часть проводимости,  $\sigma_n$  – проводимость в нормальном состоянии,  $k_b$  – постоянная Больцмана,  $h$  – постоянная планка,  $\Delta(T)$  – температурно зависящая щель сверхпроводника. С учетом уравнения (20) и (35) получаем

$$L_k = \left(\frac{l}{w}\right) \frac{R_{\square}}{2\pi \Delta(T)} \tanh\left(\frac{\Delta(T)}{2k_b T}\right) \quad (43)$$

Где  $R_{\square}$  – сопротивление на квадрат в нормальном состоянии. На основании [9] при температурах  $T \ll T_c$  получаем  $\Delta(T) \approx \Delta(0) * 1.74(1 - T/T_c)$ , где  $\Delta(0) = 1.76kT_c$  [12]. Для других случаев  $\Delta(T)$  – должна быть вычислена аналитически.

В главе 1.3.1 вводилась понятие индуктивность для квадрат. Формулу 43 часто записывают как индуктивность на квадрат. Тогда при условии, что  $T \ll T_c$  пренебрегают гиперболическим тангенсом и получают формулу (44) [13]

$$L_{k\square}(0) = \frac{hR_{n\square}}{\pi \Delta_0} \quad (44)$$

## Глава 2. Экспериментальная часть.

### 2.1 Описание образца

В данной работе исследовалась сверхпроводящая наноструктура изготовленная из нитрида ниобия(NbN). Плёнка NbN осаждалась на подложку из кремния (Si), поверх которой был нанесён слой Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>.

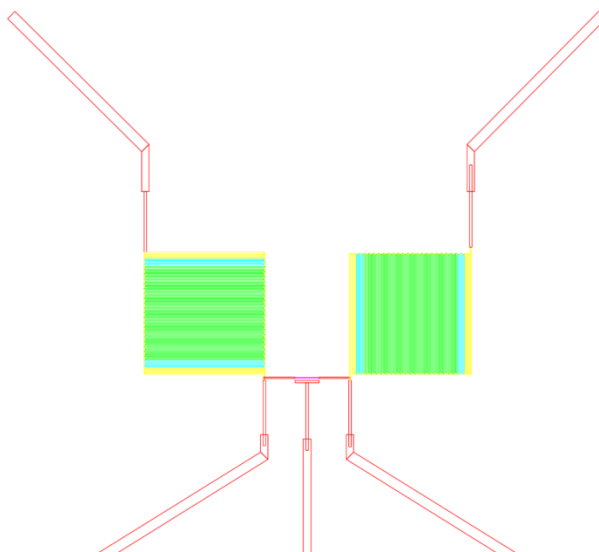


Рис. 2. Чертеж структуры.

Характеристики пленки.

Сопротивление на квадрат -  $R_s \approx 670$  Ом/кв.

Критическая температура  $T_c = 7.66$  К

$dT_c = 0.53$  К

Коэффициент металличности  $K = 0.65$

Данные образцы были изготовлены научной группой Гольцмана Г.Н на базовой кафедре МИЭМ НИУ ВШЭ ЗАО «Сконтел».

Структура представляет собой два сверхпроводящих меандра, соединенные тонкой перемычкой, также рядом с перемычкой находится затвором.

Целью данной работы является исследование каждого из меандров в отдельности.

## 2.1.2 Описание меандра

Схема разводки контактов образца показана на рисунке 3

Схема разводки контактов образца:

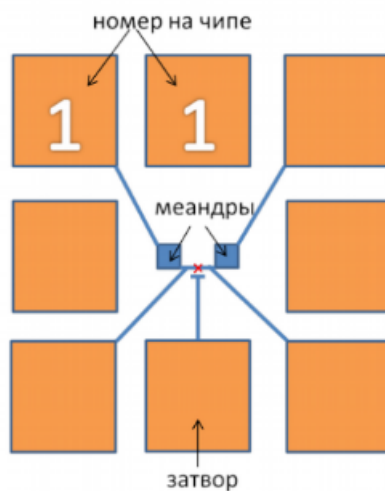


Рис 3. Схема разводки образца

Размеры меандра представлены на рисунке 4.

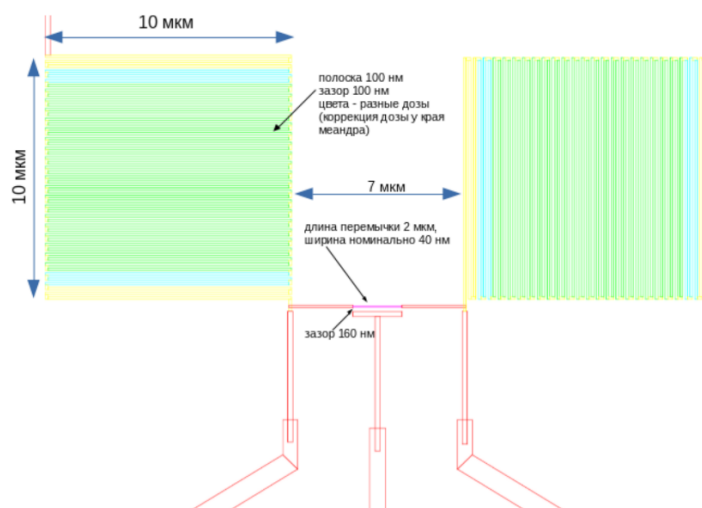


Рис. 4. Размеры меандра.

Длина одного меандра  $l = 500 \text{ мкм}$

Ширина полоски меандра  $w = 100 \text{ нм}$

## 2.2 Постановка задачи эксперимента.

В данной работе было поставлено несколько основных задач:

- 1) Подготовка экспериментальной вставки для работы с образцом при низких температурах
- 2) Моделирование эквивалентной электрической схемы
- 3) Калибровка измерительных приборов
- 4) Написание ПО для измерительных приборов
- 5) Измерение вольт-амперных характеристик данных структур
- 6) Измерение АЧХ данных структур

## 2.3 Подготовка экспериментальной вставки.

В данном исследовании мы исследуем сверхпроводящие структуры, поэтому для проведения эксперимента нужны специальные криогенные вставки, которые могут работать при сверхнизких температурах и обеспечивать хороший вакуум. Рис 5.



Рис. 5. Криогенная вставка

Для проведения эксперимента образец был закреплен на специальном столике. Рис 7.

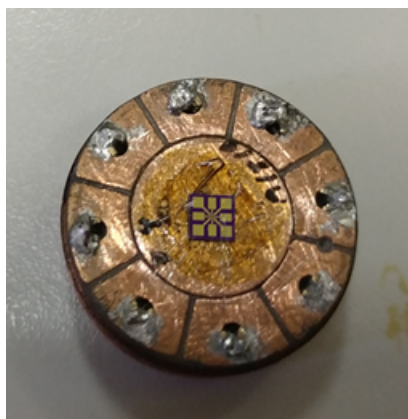


Рис 7. Столик с образцом

Проводящие контакты столика были соединены с проводящими контактами образца, с помощью нанесения бондов.



Рис. 8. Столик и вставка

## 2.4 Моделирование эквивалентной электрической схемы

Одной из задач данной работы является нахождения значения кинетической индуктивности образца. Как говорилось в главе 12.3, мы можем рассматривать этот параметр как обычную индуктивность, значения которой изменяется при изменении температуры.

Как известно в колебательном контуре, состоящим из конденсатора и катушки индуктивности, есть резонансная частота. В общем случае, резонансная частота возникает, когда контур имеет чисто активное

сопротивление, а комплексная часть импеданса равно нулю[33]. Резонансную частоту можно найти по такой формуле:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (45)$$

Тогда для построение резонансного контура к нашей структуре поставим в параллель конденсатор, у который будет сохранять свою характеристики с изменение температуры.

В общем виде эквивалентная схема представлена на рисунке 8

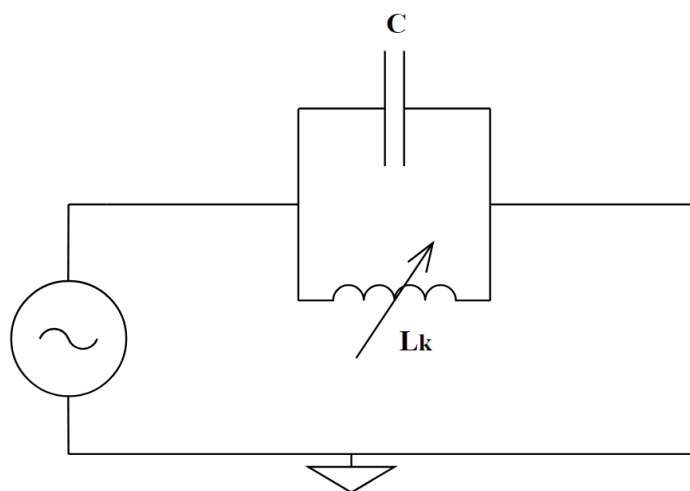


Рис 8. Эквивалентная электрическая схема.

Из уравнения (45) следует, что экспериментально мы можем найти значения индуктивности, зная резонансную частоту контура и значение емкости. Выразим  $L_k$  из уравнения (45) и получим

$$L_k = \frac{1}{4\pi^2 C f_r^2} \quad (46)$$

Но для того чтобы надо подобрать параметры резонансной цепи нам нужно сделать примерные оценки значения кинетической индуктивности

#### **2.4.1 Оценки значения кинетической индуктивности сверхпроводящего меандра NbN.**

В главе 2.3.1 мы выводили формулу кинетической индуктивности с помощью теории Гинзбурга – Ландау. Тогда найдем значение  $L_k(0)$

Подставляя следующие значения

$$l = 500 \text{ мкм}$$

$$w = 100 \text{ нм}$$

$$d = 5 \text{ нм}$$

$$n = 2 \cdot 10^{26} \text{ [17]}$$

$$L_k(0) = 88.6 \text{ нГн}$$

Мы собираемся работать в диапазоне частот 100 МГц, поэтому возьмем  $C = 50 \text{ пФ}$  (так как у нас имелся конденсатор такой емкости и его значения подходило для заданного диапазона)

Проведем моделирование в программе Qucs. Мы будем проводить измерения при температуре ниже критической, так что пренебрежем сопротивлением меандра.

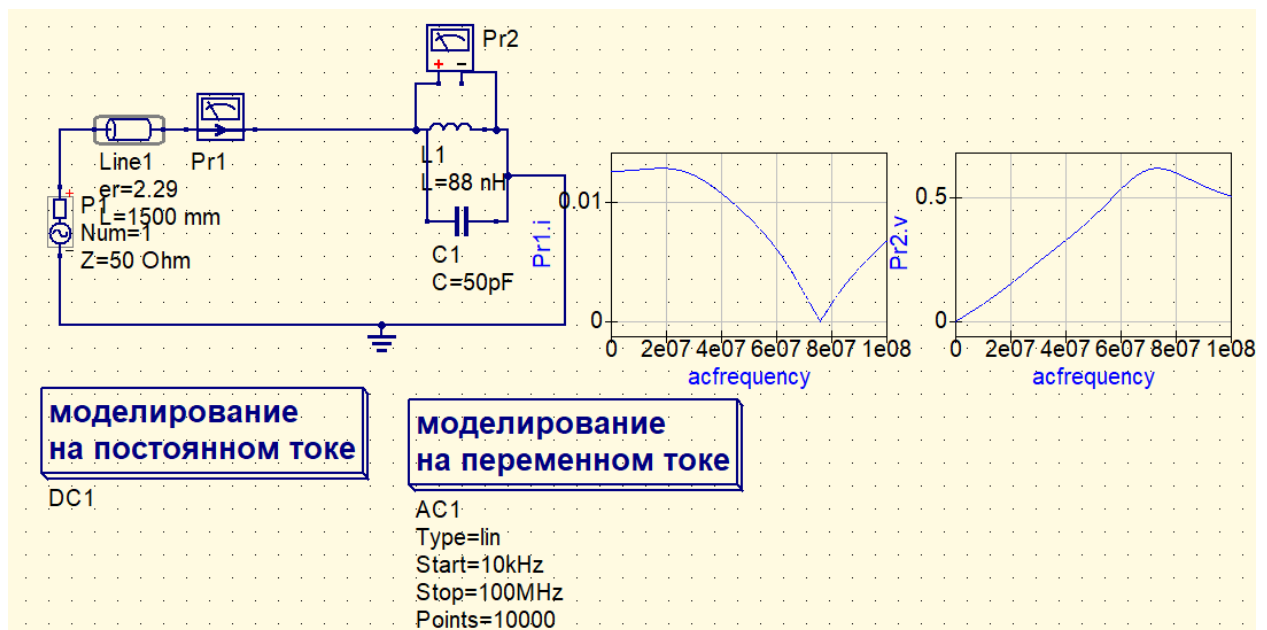


Рис 9. Моделирование эквивалентной электрической схемы

Соответственно для такого контура резонансная частота должна быть примерно равна  $f_r = 75 \text{ МГц}$  и меняться при изменении температуры.

## 2.5 Калибровка измерительных приборов

## 2.5.1 miniVna pro

В данной работе для измерения АЧХ нашего меандра был использован Vector Network Analyzer (miniVna pro) рис 10.



Рис 10. miniVNA Pro.

Технические характеристики miniVNA Pro.

- Диапазон частот от 100 кГц до 200 МГц
- Шаг частоты 1 Гц
- Диапазон Импеданса от 1 до 1000 Ом
- Выходная мощность генератора 0 дБм (для каждого выхода)
- Расширенный динамический диапазон: до 90 дБ при передаче и до 50 дБ при отражении

Данный прибор может работать в двух режимах. Return loss(RL) и Transmission loss(TL).

Режимы затухания прошедшей и отраженной мощности. Данные коэффициенты рассчитываются для стоячих волн следующим образом.

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_s}{Z_L + Z_s} \quad (49)$$

$$RL(dB) = -20 \log_{10} |\Gamma| \quad (50)$$

Где,  $\Gamma$  – коэффициент отражения,  $Z_l$  – импеданс нагрузки,  $Z_s$  – импеданс источника.

## 2.5.2 Калибровка miniVna pro

Так как в данном эксперименте мы работали не на прямую с прибор, а используя специальную криогенную вставку, то требовалась специальная калибровка, чтобы исключить влияние подводящих проводов.

Калибровка выполняется с помощью специального ПО для miniVna pro -vnaJ

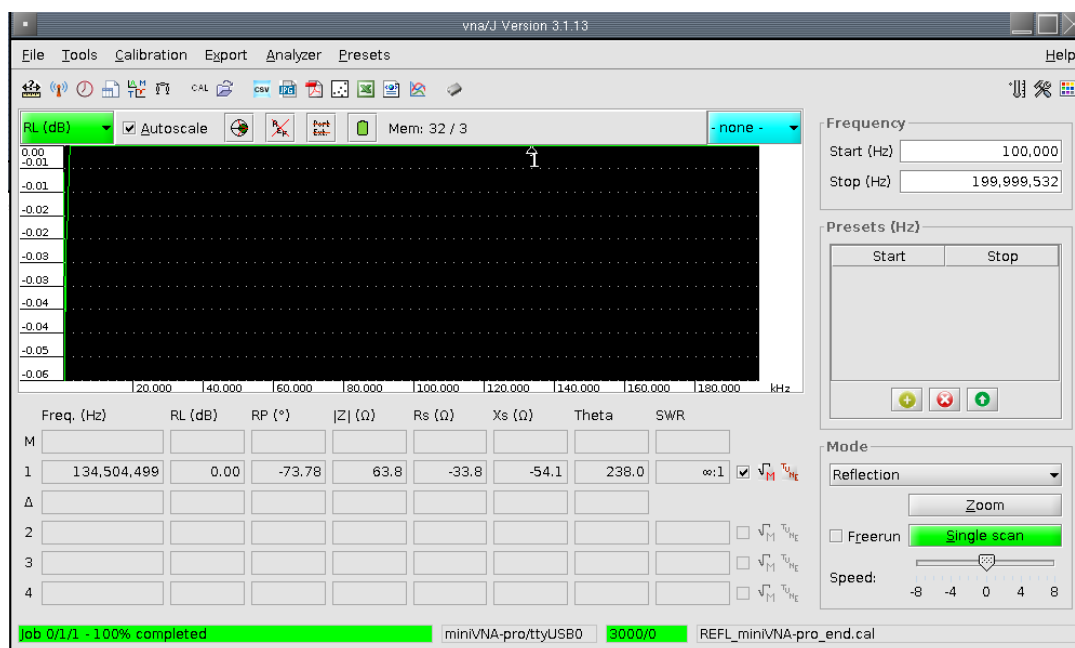


Рис 11. Меню vna/J

В данном программном обеспечении есть два режима калибровки для Return и Transmission loss.

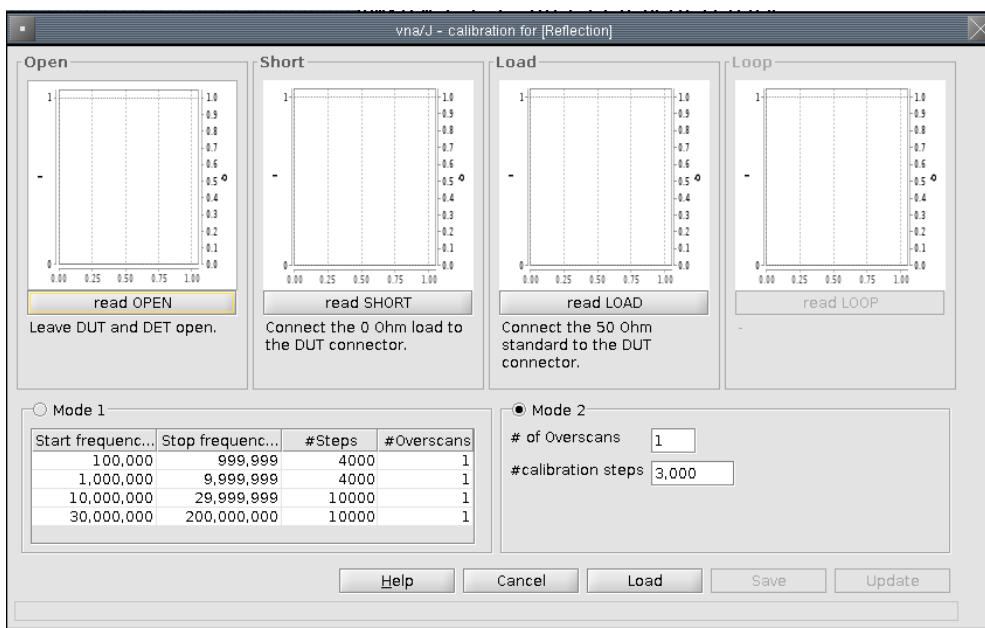


Рис 12. Калибровка в режиме RL

Для калибровки в режиме RL, нам нужно выполнить калибровку для трех случаев. 1 –режим разрыва(XX). Так как мы работаем с высокоомным, то чтобы максимально учесть все параметры цепи, мы выполняли калибровку в режиме XX с подключённым образцом на комнате, так как сопротивления образца мегаомы, то мы можем считать этот режим, как разрыв.

2 – режим короткого замыкания(КЗ). Чтобы сделать калибровку в данном режиме, мы охлаждали образец ниже критической температуры  $T_c$  и соответственно его омическое сопротивление становилось равно нулю.

3 – режим с нагрузкой  $R = 50\text{Ом}$ .

Также, так как мы работаем с колебательным контуром, то в схему была добавлен конденсатор фирмы Murata.

Как было показано раньше, кинетическая индуктивность будет изменяться с изменением температуры, соответственно мы должны быть уверены, что параметры конденсатора не будут сильно при изменении температуры от комнатных значений до температуры жидкого гелия ( $T = 4.2\text{К}$ ).

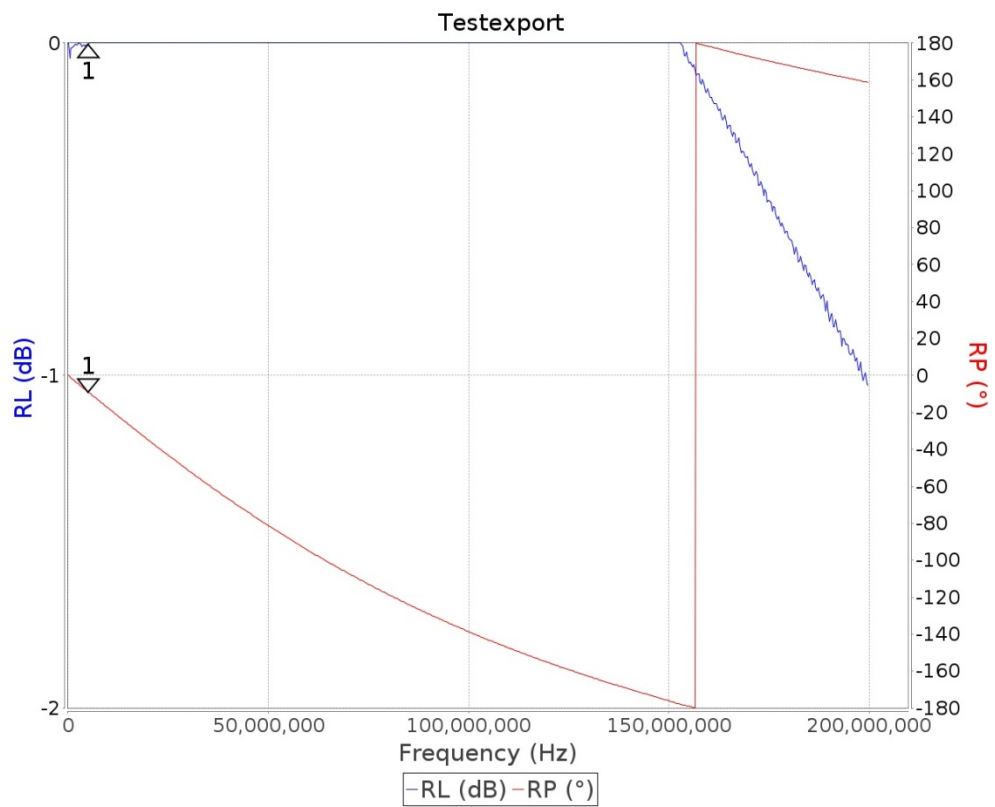


Рис 13. Измерение характеристик конденсатора в режиме RL при комнат

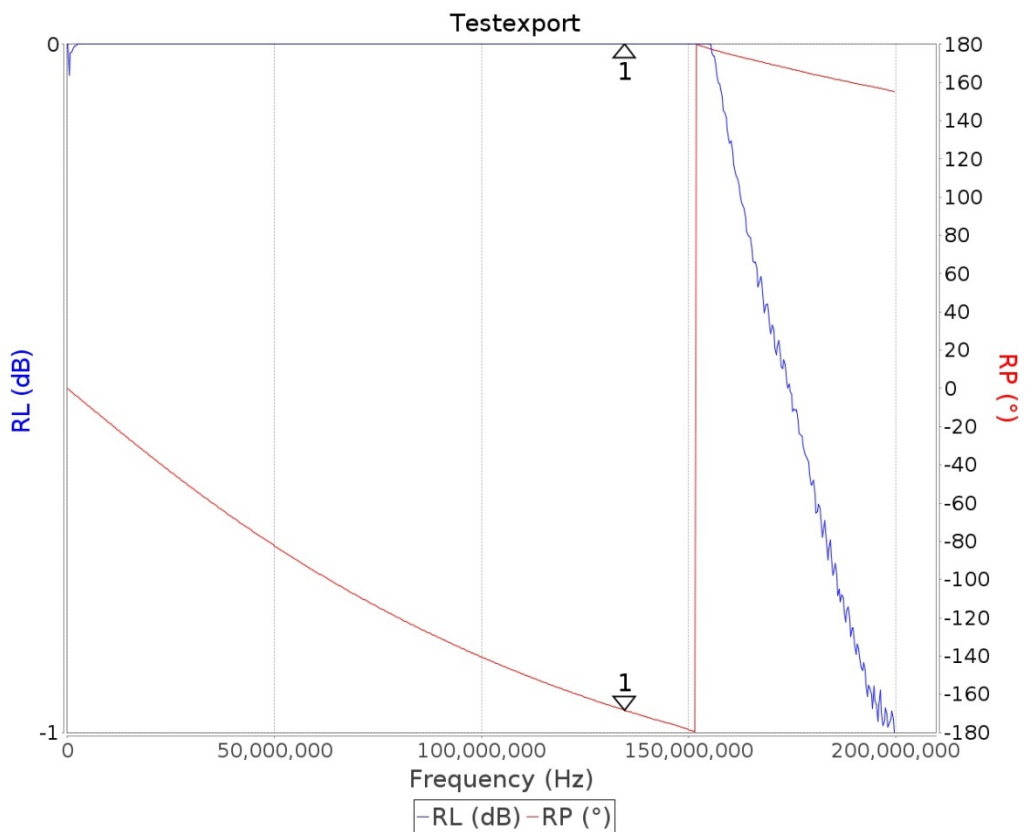


Рис 14. Измерение характеристик конденсатора в режиме RL в гелии

Как видно из графиков на рисунках 13 и 14. В нужном нам частотном диапазоне до 100МГц, характеристики конденсатора практически не меняются при его охлаждении до температуры жидкого гелия.

Кроме того нам стоит убедиться, что у данного прибора хватит чувствительности, чтобы измерить индуктивность такого порядка.

Для этого параллельно к конденсатору подключим пробную индуктивность величиной 21нГн(была использована smd катушка B82498F3220J000)

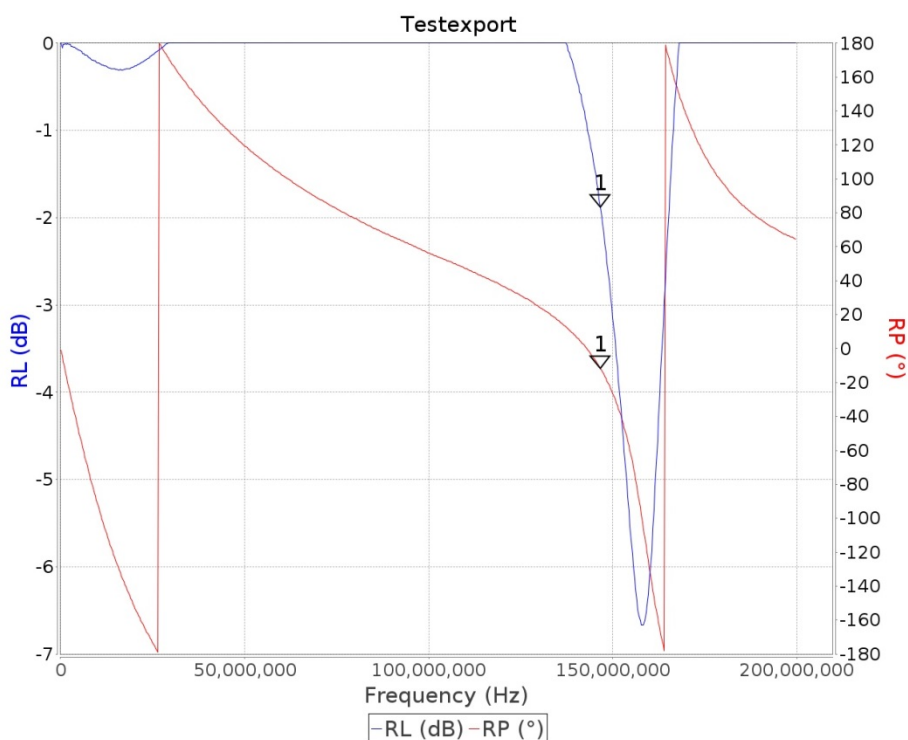


Рис 15. Тестовые измерения в режиме RL.

Из графика видно, что резонансная частота равна  $f_r = 160\text{МГц}$ , следовательно подставляем эти значения в формулу (46) и получаем значение индуктивности

$$L = 19.8\text{нГн}$$

Получаем погрешность примерно 6%, следовательно, мы можем использовать этот прибор для измерения индуктивности такого порядка.

### 2.5.3 Калибровка приборов на постоянном токе

В данной работе помимо высокочастотных измерений проводились также измерения на постоянном токе для исследования вольт-амперных характеристик. Для измерений данного типа были использованы измерительные приборы Keithley 2000 и Keithley 2182A



Рис 16. Измерительные приборы Keithley 2000 и Keithley 2182A

В нашей научной группе было написано программное обеспечение для данных приборов. А также калибровка, так как изначально у них наблюдалось смещения нуля. Программное обеспечение было выполнено в лицензированной среде labview.

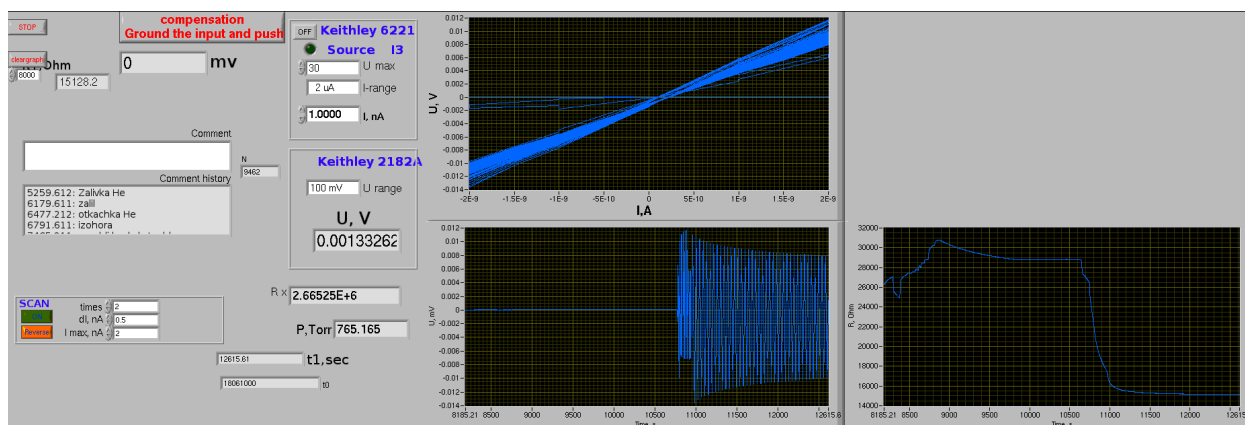


Рис 17. Интерфейс программы для измерения ВАХ образца.

Программа на рисунке 17. Выводит показания измеренного напряжения на образце, развертку тока, а также, сопротивление термометра.

## 2.6 Измерение вольт-амперной характеристики образца.

### 2.6.1 Калибровка термометра RuO2

Так как кинетическая индуктивность зависит от температуры, то нам нужно знать температуру образца в каждый момент времени. Для этого был использован термометр на основе RuO<sub>2</sub>, сделанный в виде чип резистора (Cinetech RMC -18)

Так как данный термометр уже давно использует в низкотемпературных экспериментах, то для него выведена формула для перевода сопротивления в температуру, которая очень хорошо коррелирует с нашими экспериментальными данными

$$R(T) = 14567.4 e^{\left(\frac{2.585}{T}\right)^{0.786}} \quad (51)$$

На основе этой формулы выведем обратную зависимость

$$T(R) = \frac{16960}{(1000 \log(R) - 9587)^{1.27}} \quad (52)$$

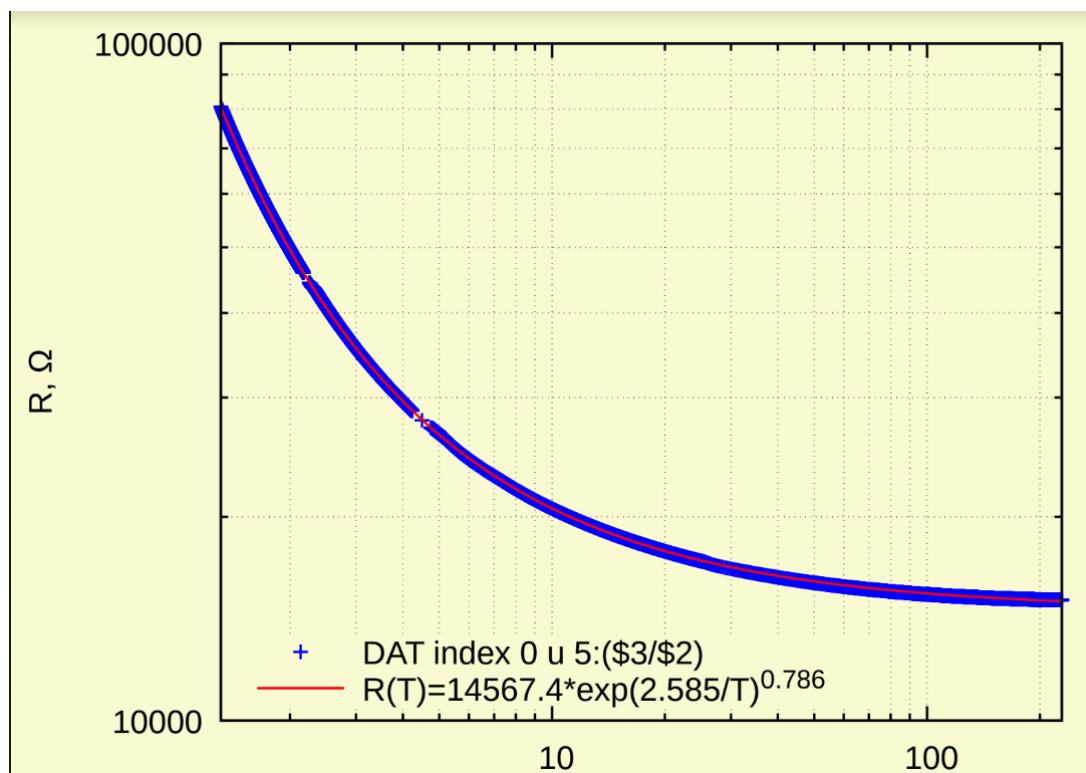


Рис 18. Зависимость R(T) RuO<sub>2</sub> (теоретические и экспериментальные данные)

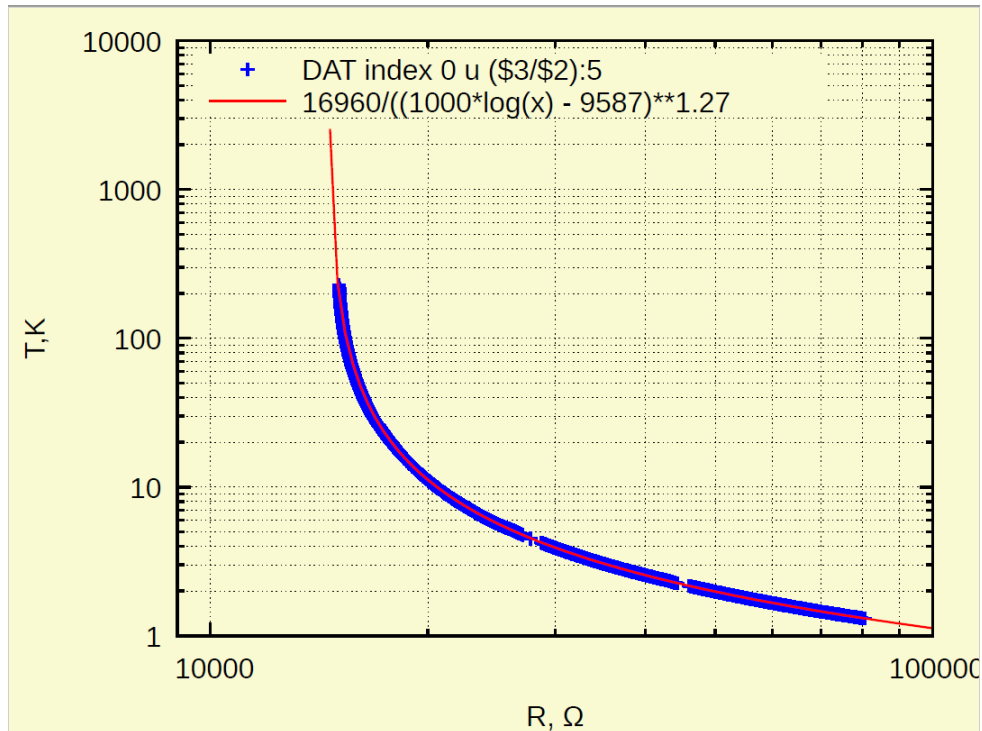


Рис 19. Зависимость T от R для RuO2.

Синими точками представлены экспериментальные данные, красной линией представлены теоретические расчеты, как мы видим экспериментальные данные хорошо накладываются на теоретическую кривую.

## 2.6.2 Измерение вольт-амперной характеристики образца.

В данной работе мы измеряли вольт-амперную характеристику по схеме из статьи[16] по 4-ех точечной схеме подключение.

Ниже на графиках будут представлены зависимость ток, напряжения и сопротивления RuO термометра от времени.

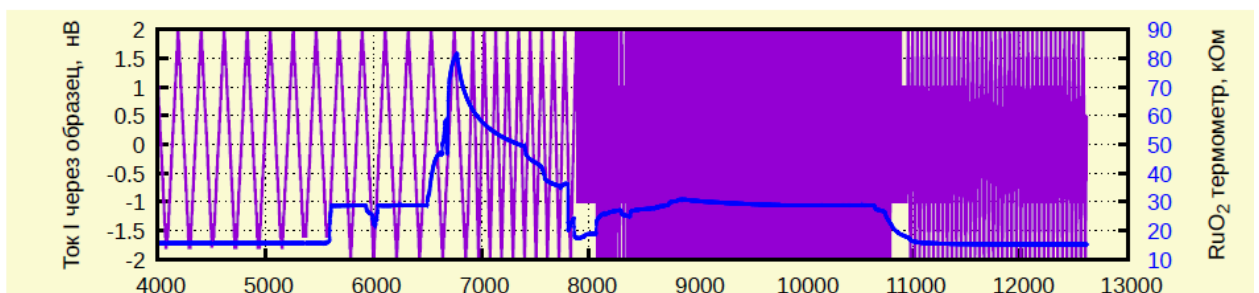


Рис 20. Зависимость от времени (слева) тока в нА, (справа) сопротивление RuO2 в кОм

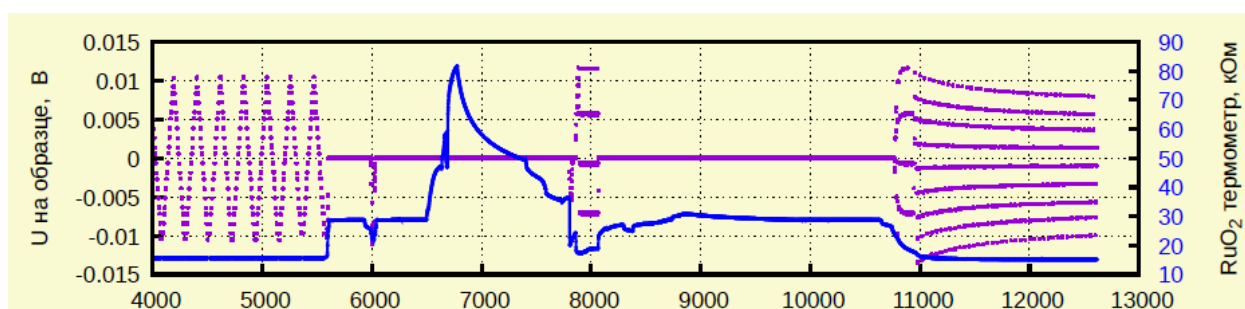


Рис 21. Зависимость от времени (слева) напряжения в В

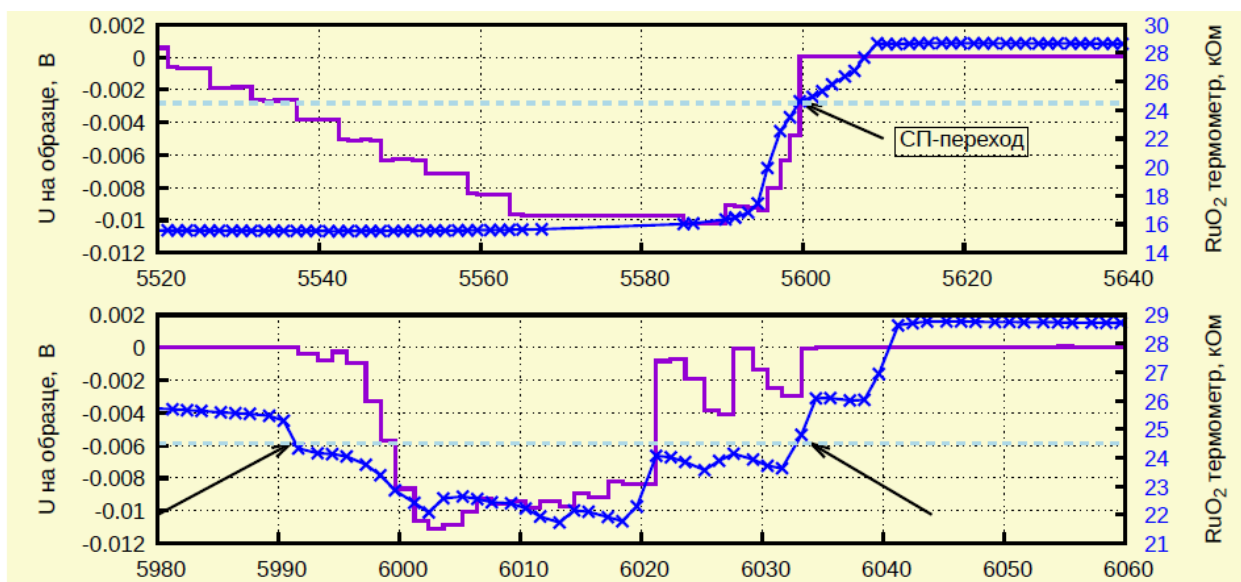


Рис 22. Переход в сверхпроводящее состояние

Временная зависимость тока и напряжения на образце (сиреневые кривые, левая шкала) и температуры в единицах сопротивления RuO2 термометра (синие кривые, правая шкала). Черными стрелками указаны события перехода образца в сверхпроводящее состояние.

Голубая пунктирная линия относится к правой шкале и показывает сопротивление термометра в точке сверхпроводящего перехода.

Сопротивление сверхпроводящего перехода в единицах сопротивления резистора  $R_{RuO_2} = 24500 \pm 200 \text{ Ом}$ , что в переводе в единицы температуры по формуле (52)  $T_c = 6.5 \text{ К}$

## Зависимость сопротивления от температуры меандра

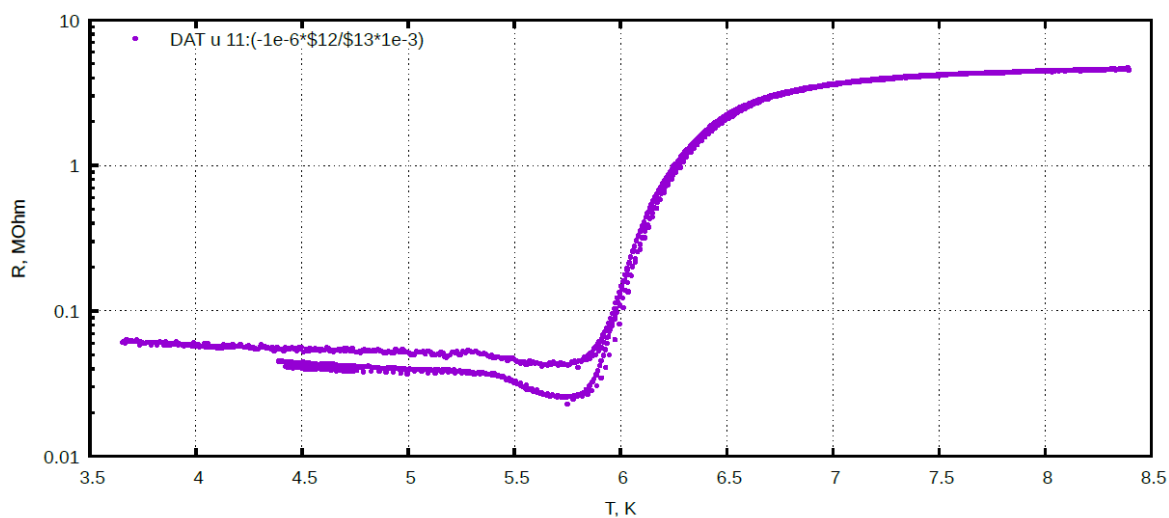


Рис 23. Зависимость сопротивления от температуры меандра

## 2.7 Измерение АЧХ меандра NbN

Для измерения АЧХ меандра был использован vector network analyzer, описанный в главе 2.5.2. в режиме RL.

Ход эксперимента.

Изначально криогенная вставка помещается в сосуд Дьюара и пред охлаждается за счет внешнего сосуда Дьюара с жидким азотом. Это делается для того, что бы уменьшить испарения гелия во время эксперимента и увеличить скорость установления конечной температуры.

После пред охлаждения. В сосуд Дьюара заполняется жидким гелием, который также охлаждается за счёт внешнего Дьюара. После этого начинается перекачать жидкого гелия в наш сосуд Дьюара.

В данном эксперименте мы изменяли температуру образца от комнатной до температуры жидкого гелия. Изменение температуры осуществлялось опусканием криовставки от уровня выше гелия и до гелия. На каждом интересующем нас диапазоне температур мы оставляли вставку до момента установления конечной температуры и производили измерения АЧХ.

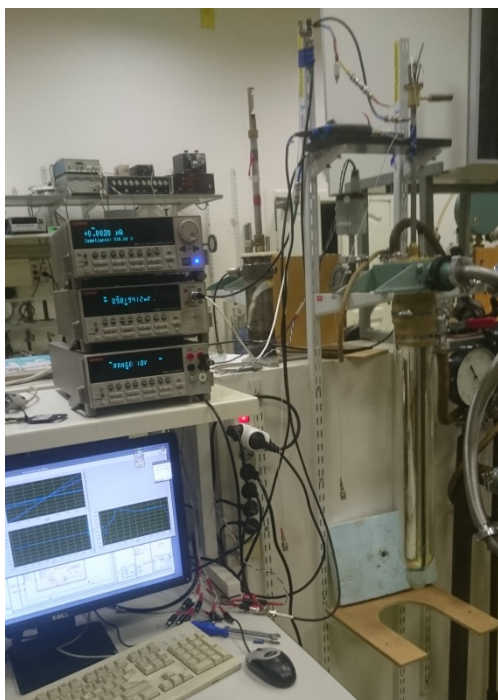


Рис 24. Измерительная установка

На рисунке 24 показана измерительная вставка и сосуд Дьюара, а также прибор, которые использовались для измерения.

Результаты измерения АЧХ при различных температурах представлены на рисунке 25.

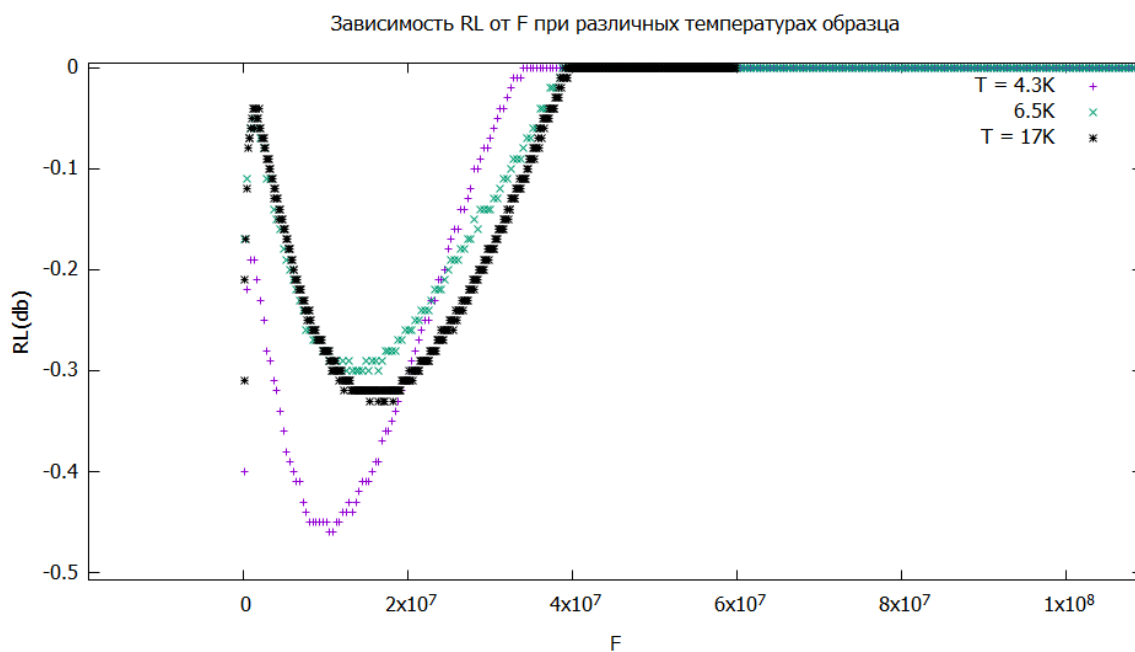


Рис 25. Зависимость RL(db) от частоты F при различных значениях температуры.

На данном графике представлены 3 измерения до критической температуры, при критической температуре и ниже критической температуры.

Розовая кривая соответствует температуре  $T = 4.3\text{K}$  и резонансной частоте  $f_r = 10\text{МГц}$

Голубая кривая соответствует температуре  $T = 6.5\text{K}$  и резонансной частоте  $f_r = 13.8\text{МГц}$

К сожалению, экспериментальные данные не соответствуют нашим теоретическим расчётам зависимости кинетической индуктивности от температуры. В дальнейшем будет использована ряд дополнений к измерительной установки, а именно, использованы специальные криогенные фильтры и усилители, которые могут работать при температурах жидкого гелия.

### **Глава 3. Заключение**

Целью данной работы являлось изучение эффекта кинетической индуктивности в квазиодномерных сверхпроводниках.

В данной работе были выполнены теоретические исследования характера кинетической индуктивности в зависимости от различных параметров на основании актуальных теоретических и экспериментальных работ последних лет.

В экспериментальной части работы была выполнена сборка и отладка специального оборудования для работы при низких температурах. Написаны программы для осуществления работы с измерительным оборудованием.

Были измерены амплитудно-частотные и вольт –амперные характеристики сверхпроводящего меандра NbN.

В дальнейшем планируется продолжать изучение кинетической индуктивности и использование ее как «вспомогательного» блока электронной цепи, в роли фильтра высоких частот.

Выражаю благодарность базовой кафедре МИЭМ НИУ ВШЭ ЗАО «Сконтел» за предоставленные образцы. А также, работникам ИФП им. П. Л. Капицы РАН за оказания помощи при работе над дипломом.

## Список литературы.

1. J.E. Sauvageau ; D.G. McDonald IEEE Transactions on Magnetics ( Volume: 25 , Issue: 2 , March 1989
2. P.K. Day, H.G. Leduc, B.A. Mazin, A. Vayonakis, and J. Zmuidzinas, "A broadband superconducting detector suitable for use in large arrays", Nature, vol. 425, pp. 817-821, 2003
3. Бессонов Л.А Теоретические основы электротехники (1994)
4. London, F.; H. London (March 1935). "The Electromagnetic Equations of the Superconductor". *Proc. Roy. Soc. (London)*. **A149** (866):
6. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т.1. М.: Мир, 1979
7. Foundations of Applied Superconductivity. Terry Orlando. Kevin Delin
8. Lumped Element Kinetic Inductance Detectors. Simon Doyle
9. Введение в физику сверхпроводников / В. В. Шмидт . – 2-е изд., испр. и доп . – М. : МЦНМО, 2000
10. S. Kubo, M. Asahi, M. Hikita and M. Igarashi, Appl. Phys. Lett. 44, 258 (1984)
11. В. Л. Гинзбург и Л. Д. Ландау. // ЖЭТФ. — 1950. — Т. 20. — С. 1064.
12. Tinkham M. Introduction to Superconductivity. Second edition. McGraw-Hill, New York, 1996.
13. Annunziata A J 2010 Ph.D. dissertation, Yale University
14. Anlage S M, Snortland H J and Beasley M R 1989 *IEEE Trans. Mag.* **25** 1388-91
15. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, "Microscopic Theory of Superconductivity", *Phys. Rev.* **106**, 162 - 164 (1957)
16. David Niepce, Jonathan Burnett, Jonas Bylander .Phys. Rev. Applied 11, 044014 (2019)
17. Kuz'michev N. D., Motulevich G. P., Determination of electronic characteristics of niobium nitride by optical methods. *ZheTF* 84 (1983)

18. V. V. Zavyalov, S. A. Chernyaev, K. V. Shein, A. G. Shukaleva and K. Yu. Arutyunov, Examination of cryogenic filters for a multistage RF filtering system required for ultralow temperature experiments, Journal of Physics: Conference series 969, 012086 (2018)