Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 71 *1976* *Вып. 6(12)*

К ТЕОРИИ СТРУКТУРЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО СОСТОЯНИЯ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

В. И. Марченко

Исследована слоистая структура промежуточного состояния сверхпроводящей пластинки в сильно наклонном поле, близком к критическому. Показано, что в этом случае форма ns-границы имеет аномальный вид, определяемый поверхностным натяжением. Рассмотрен также переход из промежуточного в нормальное состояние при произвольном угле наклона поля.

Определение формы границы между сверхпроводящей и нормальной областями является основной задачей в теории структуры промежуточного состояния сверхпроводников. Обычно можно считать, что на ns-границе поле равно критическому H_c. Это позволяет найти форму границы и период слоистой структуры в пластинке, находящейся в перпендикулярном поле [1]. Результаты легко обобщаются на случай наклонного поля [2, 3]. Но если внешнее поле близко к критическому и сильно наклонено к поверхности пластинки, то ситуация изменяется. Для нахождения формы границы необходимо тогда учитывать поверхностное натяжение [4].

Известно, что на ns-границе должно выполняться термодинамическое условие:

$$H^2=H_c^2+8\pi\alpha/R. \tag{1}$$

Здесь H — магнитное поле, α — коэффициент поверхностного натяжения, R — радиус кривизны границы, который считаем положительным, если он направлен внутрь n-фазы. Введем декартову систему координат xyz. Ось z направим вдоль слоев, параллельно к поверхности пластинки, ось x — перпендикулярно к этой поверхности. z-компонента поля будет постоянной как внутри n-областей, так и в вакууме, и равной $H_\parallel$ — составляющей внешнего поля, параллельной к пластинке (см. [2, 3]). Форма границы и величина поля в плоскости xy связаны условием (1), которое перепишем следующим образом:

$$H_x^2+H_y^2=H_c^2-H_\parallel^2+H_c^2\Delta/R, \tag{1a}$$

где $\Delta=8\pi\alpha/H_c^2$ — «толщина» ns-границы. Хотя в макроскопической задаче всегда $R\gg\Delta$, но в сильно наклонном поле, близком к H_c, оба члена в правой части уравнения (1а) могут быть одного порядка.

Период структуры a и концентрация фаз определяются из условий минимальности термодинамического потенциала Φ пластинки (см. [1-5]):

$$\Phi=-\frac{1}{2}\mathbf{M}_\perp\mathbf{H}_\perp+\frac{H_\parallel^2-H_c^2}{8\pi}V_s+\alpha S_{ns}+\sigma S_{vs}. \tag{2}$$

Здесь $H_\perp$ и $M_\perp$ — перпендикулярные к пластинке компоненты внешнего поля и магнитного момента тока, текущего по границе s-фазы; V_s — объем s-фазы; S_{ns} и S_{vs} — площадь ns-границ и границ s-фазы с вакуумом; σ — коэффициент поверхностного натяжения vs-границы.

В феноменологической теории сверхпроводимости Гинзбурга — Ландау [6] показано, что σ отрицательна (см. [6], формулы (48)—(53)) и связана с глубиной проникновения магнитного поля δ соотношением

$$\sigma=-H_c^2\delta/8\pi$$

в приближении $\delta/\Delta\ll1$. В сильно наклонных магнитных полях энергией σS_{ns} нельзя пренебрегать. Результаты работ Дзялошинского [2] и Шарвина [3] указывают на то, что в нашем случае период будет порядка толщины пластинки L и больше. Когда $a\sim L$, то и $R\sim L$, и если $(H_c^2-H_\parallel^2)L\sim H_c^2\Delta$, то найти распределение магнитного поля и форму ns-границ в аналитическом виде невозможно; поэтому обратимся сразу к предельному случаю $a\gg L$ в сильно наклонном поле: $|H_c^2-H_\parallel^2|L\ll H_c^2\Delta$.

Основной вклад в величину магнитного момента $M_\perp$ при $a\gg L$ будет вносить ток, текущий по поверхности пластинки. Ток связан с магнитным полем на поверхности соотношением $J_z=cH_y/4\pi$ [5] (c — скорость света). Для вычисления поля можно вообще положить $L=0$. Тогда магнитный комплексный потенциал $\psi=\varphi+iA$ осуществляет конформное преобразование полосы на комплексной плоскости $x+iy$, заключенной между прямыми $y=0$ и $y=a/2$, с разрезом по оси y от $y=0$ до $y=c_sa/2$, где c_s — концентрация s-фазы, на полосу в плоскости ψ между прямыми $A=0$ и $A=H_\perp a/2$ и задается формулой

$$\operatorname{ch}\frac{\pi\psi}{H_\perp a}=\left(\cos\frac{\pi}{2}c_s\right)^{-1}\operatorname{ch}\frac{\pi}{a}(x+iy).$$

Дифференцируя это выражение по y при $x=0$ и $A=0$, получим искомое поле $H_y=\partial\varphi/\partial y$ на границе s-фазы:

$$H_y=H_\perp\sin\frac{\pi}{a}y\left[\left(\cos\frac{\pi}{a}y\right)^2-\left(\cos\frac{\pi}{2}c_s\right)^2\right]^{-1/2}. \tag{3}$$

Теперь можно определить величину магнитного момента единицы объема пластинки, воспользовавшись известной формулой (см. [5], формула 29.17), которая в нашем случае гласит:

$$M_x=-4\frac{2}{La}\frac{1}{2c}\int\limits_0^{c_sa/2}yJ_zdy.$$

Множитель 4 учитывает обе стороны пластинки, и ток, текущий на краях пластинки. Производя интегрирование, после подстановки J_z через H_y (3) будем иметь:

$$M_x=H_\perp\frac{a}{2\pi^2}\ln\cos\left(\frac{\pi}{2}c_s\right).$$

Используя это значение момента, получим для плотности термодинамического потенциала выражение

$$-\frac{H_\perp^2}{4\pi^2}\frac{a}{L}\ln\cos\left(\frac{\pi}{2}c_s\right)-\frac{H_\sigma^2}{8\pi}c_s+\frac{H_c^2}{4\pi}\frac{\Delta}{a}, \tag{4}$$

где мы ввели обозначение: $H_\sigma^2=H_c^2-H_\parallel^2+2H_c^2\delta/L$. Длину ns-границы, как мы увидим, можно считать равной L. Из условий минимальности выражения (4) найдем период

$$a=\pi^{1/2}\frac{H_c}{H_\perp}\left[-\frac{\Delta L}{\ln\cos(\pi c_s/2)}\right]^{1/2} \tag{5}$$

и уравнение для концентрации нормальной фазы $c_n=1-c_s$

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}c_n\left(-\ln\sin\left(\frac{\pi}{2}c_n\right)\right)^{1/2}=\beta=\pi^{1/2}\frac{H_\perp H_c}{H_\sigma^2}\left(\frac{\Delta}{L}\right)^{1/2}. \tag{6}$$

Зависимость β от c_n представлена на рис. 1.

Посмотрим вначале, что будет при $\beta\ll1$, когда поле $H_\perp$ достаточно мало́. Концентрация n-фазы в этом случае мала, и, разлагая по ней уравнения (5) и (6), получим

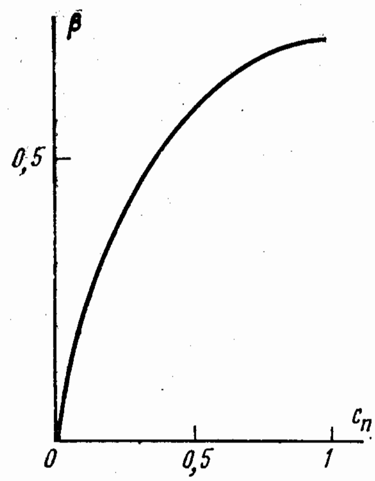

Рис. 1. График функции $\beta(c_n)$; $\max\beta=2^{-1/2}$ при $c_n=1$

$$c_n\left(\ln\frac{2}{\pi c_n}\right)^{1/2}=\frac{2}{\pi}\beta,$$

$$a=\pi^{1/2}\frac{H_c}{H_\perp}\left(\frac{\Delta L}{\ln(2/\pi c_n)}\right)^{1/2}, \tag{7}$$

откуда с логарифмической точностью имеем концентрацию

$$c_n=\frac{2\beta}{\pi\ln^{1/2}(1/\beta)}.$$

При нахождении магнитного поля (3) мы положили $L=0$. Это можно сделать, если ширина a_n нормальных и a_s сверхпроводящих областей существенно больше L. При $\beta\ll1$ $a_s\approx a\gg a_n$, поэтому необходимо, чтобы $a_n\gg L$, что выполняется при $H_c^2\Delta\gg H_\sigma^2L$.

Далее определим отклонение f — формы ns-границы от прямолинейной. Для этого решим уравнение (1а). Подставим в него вместо кривизны R^{-1} ее значение $R^{-1}=d^2f/dx^2$ при малых f (см. [7]):

$$\frac{d^2f}{dx^2}=\frac{H^2-H_c^2+H_\parallel^2}{\Delta H_c^2}. \tag{8}$$

При нахождении поля можно считать границу плоской, и тогда задача сводится к конформному преобразованию внешности полубесконечной поло-

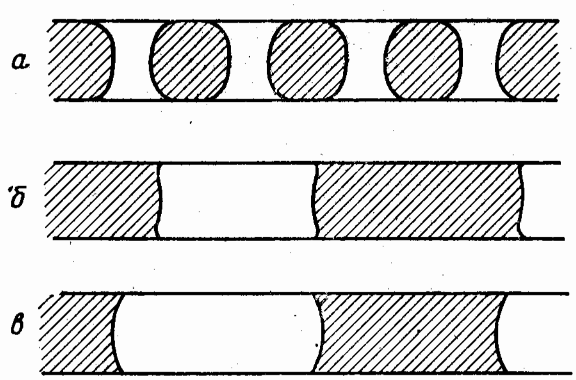

Рис. 2. Изменение формы границы в наклонном поле: *а*) обычная структура при $(H_c^2-H_\parallel^2)L\gg H_c^2\Delta$; *б*) аномальная структура при $H_c^2\Delta\gg(H_c^2-H_\parallel^2)L\gg\gg H_c^2\delta$; *в*) аномальная структура при $H_\perp\to H_c(1+2\delta/L)$, $f=\delta x^2/\Delta L$

сы на полуплоскость. Выпишем решение в параметрическом виде:

$$H_x+iH_y=H_0/(1-\omega^2)^{1/2},$$
$$x+iy=L\pi^{-1}[\omega(1-\omega^2)^{1/2}+\arcsin\omega]. \qquad (9)$$

Точка $x=0$, $y=0$ выбрана на ns-границе в середине пластинки.

Величину H_0 определим, сравнивая найденное выражение поля (9) далеко от ns-границы с выражением (4) вблизи точки $y=c_s a/2$; получим просто $H_0=2^{-1/2}H_\sigma$. Подставляя, наконец, значение поля (9) в уравнение (8) и производя интегрирование полученного дифференциального уравнения второго порядка, определим форму границы:

$$f=-\frac{H_\sigma^2L^2}{\pi^2H_c^2\Delta}\left(\omega^2-\frac{\omega^4}{2}\right)+\frac{\delta}{\Delta L}x^2, \qquad x=\frac{L}{\pi}[\omega(1-\omega^2)^{1/2}+\arcsin\omega]. \quad (10)$$

На рис. 2 показано изменение границы при наклоне поля.

Отметим, что в нашем решении в месте выхода ns-границы на поверхность поле обращается в бесконечность. Но так как поле становится бо́льшим H_c на микроскопическом расстоянии порядка Δ, эта особенность не сказывается на решении макроскопической задачи, поскольку соответствующим вкладом в энергию можно пренебречь.

Определим теперь период и концентрацию при $\beta\to2^{-1/2}$. В этом случае мала концентрация s-фазы и, разлагая по ней уравнения (5) и (6), найдем

$$c_s=\frac{4}{\pi}\left(1-\frac{H_\perp}{H_\perp^c}\right)^{1/2},$$
$$a=\pi\left(\frac{H_c}{H_\sigma}\right)^2\left(\frac{H_\perp^c}{H_\perp^c-H_\perp}\right)^{1/2}\Delta, \qquad (11)$$
$$H_\perp^c=(H_\sigma^2/H_c)(L/2\pi\Delta)^{1/2}.$$

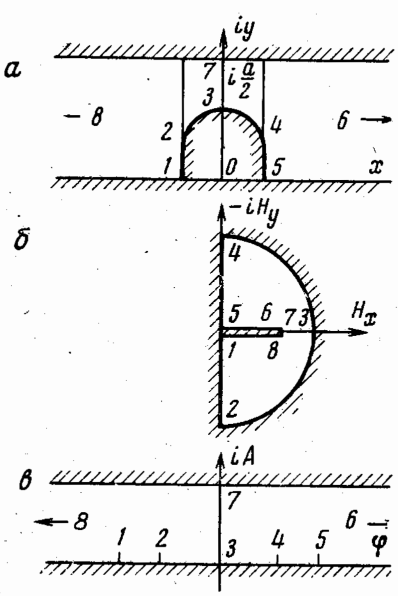

Рис. 3. *а*) Полупериод слоистой структуры на плоскости $z=x+iy$; *б*) соответствующие области на плоскости поля $H=H_x-iH_y$; *в*) магнитного потенциала $\psi=\varphi+iA$

Если $H_\perp>H_\perp^c$, то s-слоям не выгодно образовываться, так как выигрыш в объемной энергии подавляется энергией образования ns-границ; на это обстоятельство указано в книге Де Жена [8]. Там же проведена оценка поля перехода слоистой структуры из промежуточного в нормальное состояние в перпендикулярном поле. Здесь мы вычислим точное значение этого поля при $(H_c^2-H_\parallel^2)L\gg H_c^2\Delta$. Для этого нужно рассмотреть в отличие от Ландау [1] случай $a\gg L$. Оказывается, что можно найти решение задачи, ничего не предполагая о соотношениях между величинами a, a_s, L.

Мы снова воспользуемся методом конформных преобразований. В не сильно наклонном поле можно, как обычно, пренебречь поверхностным натяжением при определении формы границы. На рис. 3 показаны полупериод слоистой структуры на плоскости $z=x+iy$ (*а*) и соответствующие области на плоскости поля $H=H_x-iH_y$ (*б*) и магнитного потенциала $\psi=\varphi+iA$ (*в*). Точки *6*, *8* соответствуют бесконечности на плоскости z, где поле равно $H_\perp$. Радиус полуокружности (*б*) равен $(H_c^2-H_\parallel^2)^{1/2}$. Отображая область $б$ в полосу $в$, получим зависимость $\psi(H)$ в параметрическом виде:

$$\psi=\frac{H_\perp a}{2\pi}\ln\frac{\omega-\omega_6}{\omega+\omega_6},\qquad \omega=\frac{h}{(h^2-h_7^2)^{1/2}},\qquad h=\frac{H_c^2-H_\parallel^2-H^2}{2H(H_c^2-H_\parallel^2)^{1/2}},\tag{12}$$

где h_7 — значение h в точке 7, ω_6 — значение ω в точке 6. Форма границы определяется из соотношения $H_\perp=d\psi/dz$, откуда $dz=H^{-1}d\psi$. Мы не будем останавливаться на довольно громоздких вычислениях и выпишем только значение периода в случае, когда $a\gg L$:

$$a=\pi\alpha^{1/4}L^{3/4}/4(H_\perp{}^c-H_\perp)^{1/2},\qquad H_\perp{}^c=(H_c^2-H_\parallel^2)^{1/2}-2^{3/2}H_c(\Delta/\pi L)^{1/2}.\tag{13}$$

Укажем еще, что толщина s-слоя на поверхности стремится к нулю, а в середине пластинки — к значению $2^{3/2}\pi^{-1/2}(\Delta L)^{1/2}H_c/(H_c^2-H_\parallel^2)^{1/4}$, когда $H_\perp\to H_\perp{}^c$.

Выражаю благодарность А. Ф. Андрееву за постоянное внимание и руководство работой, Ю. В. Шарвину за полезное обсуждение.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29 апреля 1976 г.

Литература

[1] Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 7, 371, 1937.
[2] И. Е. Дзялошинский. ДАН СССР, 105, 244, 1955.
[3] Ю. В. Шарвин. ЖЭТФ, 33, 1341, 1957.
[4] I. L. Landau, Yu. V. Sharvin. Phys. Rev., B13, 1359, 1976.
[5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, 1959.
[6] В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 20, 1064, 1950.
[7] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1954.
[8] П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов, «Мир», 1968, стр. 48.

ON THE THEORY OF THE STRUCTURE OF THE INTERMEDIATE STATE IN SUPERCONDUCTORS

V. I. Marchenko

The layer structure of the intermediate state of a superconducting plate located in a strongly inclined field close to the critical is investigated. The ns-boundary is shown in this case to have an anomalous shape which is defined by surface tension. The transition from the intermediate to normal state for an arbitrary angle of inclination of the field is also considered.