Журнал экспериментальной и теоретической физики

Т. 72 *1977* *Вып. 6*

К ТЕОРИИ МАГНИТНЫХ ДОМЕНОВ

В. И. Марченко

Найдены решения системы граничных условий и поверхностное натяжение для наклонных границ в одноосных ферромагнетиках. Определено поведение доменной структуры Ландау — Лифшица во внешнем магнитном поле, направленном вдоль оси анизотропии. Предложена структура промежуточного состояния антиферромагнетиков в случае, когда мала одна из релятивистских констант.

Как показали Ландау и Лифшиц [1], ферромагнетики разбиваются на домены с различным направлением магнитного момента. В одноосных кристаллах магнитный момент в доменах направлен вдоль оси анизотропии «вверх» либо «вниз». В пластинке с осью анизотропии, перпендикулярной к ее поверхности, домены представляют собой параллельные слои.

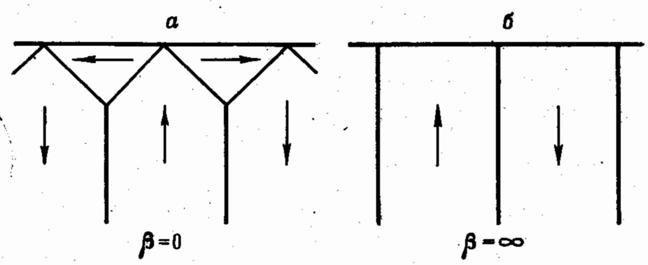

Рис. 1. Ферромагнитные доменные структуры: *а* — Ландау — Лифшица при $\beta\to 0$, *б* — Киттеля при $\beta\to\infty$

Если анизотропия слабая, то при выходе слоев на поверхность образуются замыкающие домены, препятствующие возникновению сильного магнитного поля — структура Ландау — Лифшица (рис. 1, *а*). При большой анизотропии моментам не выгодно отклоняться от оси анизотропии — структура Киттеля (рис. 1, б).

Привороцкий [2] установил термодинамическое условие сосуществования фаз в любых магнетиках. Оказалось, что это условие не выполняется на границах замыкающих доменов. Ниже будет показано, что противоречие можно устранить, если качественно рассмотреть доменную структуру при произвольной константе анизотропии.

В работе исследованы наклонные к оси анизотропии границы. Для них удается найти точное решение системы граничных условий в случае, когда моменты обеих фаз лежат в плоскости, перпендикулярной к границе и проходящей через ось анизотропии. Результат позволяет ввести «микроскопическое» определение положения границы, необходимое, как известно [3], для выделения поверхностной части любой термодинамической величины, в том числе поверхностной части термодинамического потенциала, играющей роль поверхностного натяжения доменной границы. Уравнения, описывающие структуру наклонной границы, можно привести к виду уравнений для границ, направленных вдоль оси анизотропии, которые хорошо изучены. Выяснена также зависимость периода структуры Ландау — Лифшица от внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси анизотропии.

Во второй части работы рассмотрена структура промежуточного состояния антиферромагнетиков, аналогичная структуре Ландау — Лифшица в ферромагнетиках, которая должна осуществляться, когда мала одна из релятивистских констант. В Приложении приведен вывод граничного условия Привороцкого.

I. Ферромагнитные домены

1. Доменные границы

Выясним, какие фазы (домены) могут сосуществовать в случае, когда моменты обеих фаз лежат в одной плоскости (плоскость xz, где z — ось анизотропии), перпендикулярной к границе. При этом удобно пользоваться потенциалом Φ', введенным Привороцким [2]:

$$\Phi'=\tilde{\Phi}+H_nB_n/4\pi. \tag{1}$$

H_n, B_n — нормальные к границе составляющие магнитного поля $\mathbf{H}$ и индукции $\mathbf{B}$, $\tilde{\Phi}$ — обычный термодинамический потенциал ([4], § 36):

$$\tilde{\Phi}={}^1/_2\beta\sin^2\theta-\mathbf{HM}-H^2/8\pi, \tag{2}$$

$\mathbf{M}$ — плотность магнитного момента, β — константа анизотропии, θ — угол между $\mathbf{M}$ и осью анизотропии. В этом разделе будем считать $|\mathbf{M}|=1$. Подставляя (2) в (1), получим

$$\Phi'={}^1/_2\beta\sin^2\theta-\mathbf{H}_t\mathbf{M}_t-B_nM_n+2\pi M_n^2, \tag{3}$$

$\mathbf{H}_t$, $\mathbf{M}_t$ — тангенциальные составляющие поля $\mathbf{H}$ и магнитного момента. Опущены члены, зависящие от $\mathbf{H}_t$ и $\mathbf{B}_n$, не меняющиеся при переходе через границу. Ввиду того что моменты лежат в одной плоскости, $\mathbf{H}_t$ отлично от нуля только в этой плоскости. Учитывая это, введем следующие обозначения:

$$\begin{gathered} d\sin 2\theta_0=-4\pi\sin 2\psi, \quad d\cos 2\theta_0=-\beta-4\pi\cos 2\psi, \\ H_t=cd\sin(A+\psi), \quad B_n=cd\cos(A+\psi), \end{gathered} \tag{4}$$

ψ — угол между осью z и границей. В этих обозначениях Φ' имеет простой вид:

$$\Phi'={}^1/_4 d\cos 2(\theta-\theta_0)-cd\sin(\theta+A). \tag{5}$$

Граничными условиями являются следующие уравнения:

$$d\Phi_1'/d\theta_1=0, \quad d\Phi_2'/d\theta_2=0, \quad \Phi_1'=\Phi_2'. \tag{6}$$

Первые два — условия стабильности фаз 1 и 2, третье — термодинамическое условие сосуществования магнитных фаз Привороцкого [2]. Таким образом, используя выражения (5) для потенциала Φ', получаем систему уравнений:

$$\begin{gathered} \sin 2(\theta_1-\theta_0)+2c\cos(\theta_1+A)=0, \\ \sin 2(\theta_2-\theta_0)+2c\cos(\theta_2+A)=0, \\ \cos 2(\theta_1-\theta_0)-4c\sin(\theta_1+A)=\cos 2(\theta_2-\theta_0)-4c\sin(\theta_2+A). \end{gathered}$$

Переходя к переменным $\theta_1+\theta_2$ и $\theta_1-\theta_2$, нетрудно найти решение:

$$\theta_1+\theta_2=2\theta_0=\operatorname{arctg}\frac{\sin 2\psi}{\cos 2\psi+\beta/4\pi}+\pi,$$
$$\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}=\pm\left(\frac{H_t^2+B_n^2}{\beta^2+8\pi\beta\cos 2\psi+16\pi^2}\right)^{1/2} \quad (7)$$

при этом H_t и B_n связаны условием

$$H_t[4\pi+\beta\cos 2\psi+(\beta^2+8\pi\cos 2\psi+16\pi^2)^{1/2}]=\beta B_n\sin 2\psi.$$

Полученные ответы необходимо исследовать на устойчивость. В обеих фазах должно быть $d^2\tilde{\Phi}/d\theta^2>0$ и $H_x\sin\theta>0$. Последнее неравенство — условие минимума $\tilde{\Phi}$ относительно выхода моментов из плоскости xz. При произвольном β получаются слишком громоздкие выражения. При $\beta\to\infty$ все фазы, задаваемые решением (7), устойчивы. При $\beta\to 0$ получаем простое условие:

$$(1-c^2)^{1/2}\cos 2\psi\pm c\sin 2\psi>0.$$

Таким образом, невозможно образование границ, отклоненных от оси анизотропии на угол, больший 45°, а разница $\theta_1-\theta_2$ может принимать значения в пределах от 4ψ до $2\pi-4\psi$. Отметим, что в предельных случаях $\beta\gg 4\pi$ и $\psi\ll 1$ решение (7) совпадает с результатами, полученными Привороцким [2].

Итак, моменты в сосуществующих доменах расположены симметрично относительно прямой, направленной под углом θ_0 к оси анизотропии. Отсюда ясно, что для рассмотренного случая естественно определить положение середины границы так, чтобы компонента магнитного момента границы, перпендикулярная к этой прямой и лежащая в плоскости xz, равнялась нулю.

Так как потенциал Φ' одинаков по обе стороны от границы, то его поверхностная часть Δ' есть просто интеграл:

$$\Delta'=\int_{-\infty}^{+\infty}(\Phi'-\Phi_\infty')\,d\xi, \quad (8)$$

ось ξ перпендикулярна к границе. С учетом связи потенциала $\tilde{\Phi}$ с Φ' (1) поверхностную часть Δ потенциала $\tilde{\Phi}$ (т. е. поверхностное натяжение) можно выразить через Δ' и нормальную компоненту магнитного момента границы M_n^s, которую нужно находить с учетом определения середины границы:

$$\Delta=\Delta'+B_nM_n^s. \quad (9)$$

Уравнения, описывающие структуру границы, можно найти путем варьирования потенциала (8). При этом необходимо учитывать энергию неоднородности, связанную с обменным взаимодействием. Удобно ввести сферическую систему координат γ, η, полярная ось которой направлена под углом θ_0 к оси анизотропии и лежит в плоскости xz. В этих переменных потенциал (8) имеет следующий вид:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{g}{2}\sin^2\gamma\sin^2\eta-\frac{d}{2}\sin^2\gamma+cd\sin(A+\theta_0)\cos\gamma+\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha}{2}[(\gamma')^2+\sin^2\gamma(\eta')^2]\right\}d\xi, \quad (10)$$

α — константа неоднородности, $2g=d+\beta-4\pi$. Видим, что в переменных γ, η потенциал отличается от хорошо исследованного случая $\psi=0$ только значением констант. Поэтому ограничимся лишь приведением некоторых решений. При $c=0$ значение γ постоянно и равно $\pi/2$, а

$$\cos\eta=-\operatorname{th}(\xi/\delta),\qquad \delta=(\alpha/g)^{1/2}. \tag{11}$$

Если $\beta\gg4\pi$, то $\delta=\delta_0=(\alpha/\beta)^{1/2}$, если $\beta\ll4\pi$, то $\delta=\delta_0\cos^{-1}\psi$. Когда $c\neq0$ и $\beta\ll4\pi$, то изменение угла η описывается в нулевом приближении по $\beta/4\pi$ снова выражением (11), а угол γ изменяется следующим образом:

$$\gamma=\arccos c-\frac{\beta}{2\pi}c(1-c^2)^{-1/2}\cos^2\psi\sin^2\eta. \tag{12}$$

Выпишем значение поверхностного натяжения Δ для этой границы:

$$\Delta=\Delta_0(1+\cos^2\gamma_\infty)\cos\psi, \tag{13}$$

$\Delta_0=2\beta\delta_0$ — поверхностное натяжение обычной блоховской границы, макроскопически исследованной Ландау и Лифшицем [1], γ_∞ — значение угла γ на бесконечности.

2. Доменная структура Ландау — Лифшица

Казалось бы, невозможность существования междоменных границ, направленных под углом 45° к оси анизотропии, между фазами $\theta_1=0$ и $\theta_2=\pi/2$ при $\beta\to0$ противоречит структуре Ландау — Лифшица. Но на самом деле переход от состояния $\theta=0$ к состоянию $\theta=\pi/2$ может происходить на макроскопических расстояниях, зависящих от толщины пластинки L и малых по сравнению с периодом структуры a в меру малости β. Ясно, что при $\beta\sim4\pi$ в неразветвленной доменной структуре границы выходят на поверхность так же, как и в структуре Киттеля, но момент отклоняется на значительный угол от оси анизотропии на расстояниях порядка a. При $\beta\to\infty$ угол отклонения мал и лишь в малой окрестности точки выхода междоменной границы момент существенно отклоняется, так как в этом месте развиваются сильные поля $\sim\beta M$ (в точке выхода $\theta=\pi/2$ при любом β). При $\beta\to0$ условие отсутствия полей, больших βM, приводит естественно в нулевом приближении по β к структуре Ландау — Лифшица. В следующем приближении появляются слабые отклонения от рис. 1 и переход между основными и замыкающими доменами происходит на макроскопических расстояниях. Эти отклонения приводят к появлению магнитного поля $\sim\beta M$, стабилизирующего структуру.

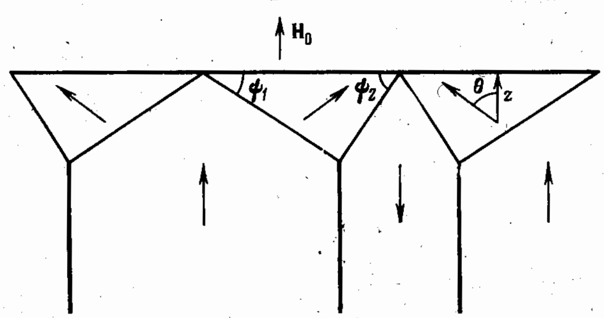

Рис. 2. Структура Ландау — Лифшица во внешнем магнитном поле $H_0\|z$

Рассмотрим теперь поведение доменной структуры Ландау — Лифшица во внешнем поле H_0, направленном вдоль оси анизотропии. Ясно, что структура должна измениться, как представлено на рис. 2. Углы ψ_1, ψ_2, θ, характеризующие замыкающие домены, определяются условием непрерывности M_n:

$$H_0=4\pi M\cos\theta,\quad \psi_1=\theta/2,\quad \psi_2=\pi/2-\theta/2.$$

Концентрацию c^+ доменов с моментом, направленным по полю, найдем из условия равенства H_0 нормальной к поверхности пластинки компоненты средней индукции **B** внутри пластинки, т. е.

$$H_0=4\pi c^+M-4\pi(1-c^+)M,$$

откуда

$$c^+={}^1/_2(1+H_0/4\pi).$$

Объем замыкающего домена равен $^1/_2\ a^2\sin\theta$. Таким образом, плотность энергии в пластинке есть

$$^1/_4\ \beta M^2a\sin^3\theta+2\beta M^2\delta_0L/a.$$

Первый член — энергия выхода доменов на поверхность, второй — энергия доменных границ. Минимизируя, получаем период

$$a=a_0[1-(H_0/4\pi M)^2]^{-3/4},\quad a_0=2(2\delta_0L)^{1/2}. \tag{14}$$

II. Промежуточное состояние антиферромагнетиков

Теория промежуточного состояния антиферромагнетиков, возникающего в некотором интервале полей, близких к полю опрокидывания подрешеток H_c, построена Барьяхтаром, Боровиком и Поповым в работах [5, 6]. Ими определено поверхностное натяжение на границе фаз, в одной из которых антиферромагнитный вектор **l** направлен вдоль оси анизотропии, а в другой — перпендикулярно к этой оси, и исследованы структура, аналогичная киттелевской в ферромагнетиках [6], и разветвленная структура [5].

Плотность энергии антиферромагнетика запишем в виде

$$\frac{1}{2\chi_\perp}[\mathbf{lM}]^2+\frac{1}{2\chi_\parallel}(\mathbf{lM})^2+\frac{\beta}{2}(M_x^2+M_y^2)+\frac{\rho}{2}(l_x^2+l_y^2)-\mathbf{HM}-\frac{H^2}{8\pi}. \tag{15}$$

Первые два члена соответствуют обменной энергии, $\chi_\perp$ и $\chi_\parallel$ — поперечные и продольные восприимчивости в обменном приближении, β и ρ — релятивистские константы. Когда $\beta>0$, то при изменении внешнего магнитного поля H_0 от H_{c1} до H_{c2}:

$$H_{c1}=H_c(1+4\pi\chi_\parallel),\ H_{c2}=H_c(1+4\pi\chi_\perp), \tag{16}$$

антиферромагнетики разбиваются на домены с различным направлением вектора **l**: $\mathbf{l}\parallel z$ и $\mathbf{l}\perp z$. Поле **H** внутри доменов направлено по оси z и равно полю опрокидывания H_c:

$$H_c^2=\rho l^2/(\chi_\perp-\chi_\parallel). \tag{17}$$

Концентрации фаз $c_\perp$ и $c_\parallel$ определяются условием непрерывности магнитного потока и равны

$$c_\perp=(H_0-H_{c1})/(H_{c2}-H_{c1}),$$
$$c_\parallel=(H_{c2}-H_0)/(H_{c2}-H_{c1}). \tag{18}$$

При $\beta\ll4\pi$ совершенно аналогично случаю ферромагнетиков структура должна иметь вид, представленный на рис. 3. В замыкающих доменах

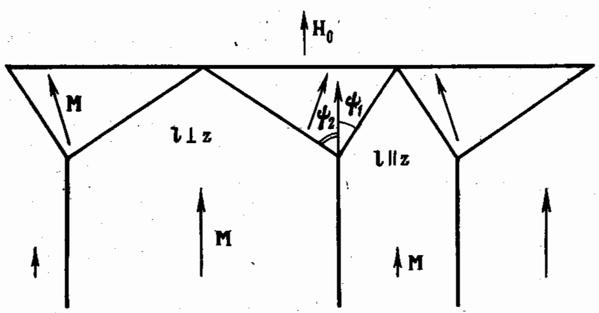

Рис. 3. Структура промежуточного состояния антиферромагнетиков при $\beta \to 0$

z-компонента магнитного момента определяется условием

$$H_0 = H_c(1 + 4\pi\chi_{zz}), \qquad (19)$$

χ_{zz} есть zz-компонента тензора магнитной восприимчивости, зависящая от угла наклона θ вектора $\mathbf{l}$ относительно оси z следующим образом:

$$\chi_{zz} = \chi_\parallel \cos^2\theta + \chi_\perp \sin^2\theta.$$

Подставляя это значение χ_{zz} в (19), найдем угол θ:

$$\cos 2\theta = c_\parallel - c_\perp.$$

Составляющая M_x магнитного момента определяется xz-компонентой тензора восприимчивости $M_x = \chi_{xz} H_c$, и

$$\chi_{xz} = -(\chi_\perp - \chi_\parallel)\sin\theta\cos\theta.$$

Углы ψ_1, ψ_2 находим из условия непрерывности нормальной компоненты магнитного момента:

$$\operatorname{ctg}\psi_1 = \operatorname{tg}\psi_2 = (c_\perp / c_\parallel)^{1/2}.$$

Теперь у нас есть все, чтобы вычислить плотность энергии пластинки, зависящую от периода структуры:

$$\tfrac{1}{8}\rho\beta l^2(\chi_\perp - \chi_\parallel)(c_\perp c_\parallel)^{3/2} a + \Delta L / a. \qquad (20)$$

Величина $2\Delta = (\chi_\perp - \chi_\parallel)\rho\beta l^2\delta$ — поверхностное натяжение границы между фазами $\mathbf{l} \parallel z$ и $\mathbf{l} \perp z$, $\delta^2 = \alpha/\rho\beta(\chi_\perp - \chi_\parallel)$ — «толщина» этой границы [5], α — константа неоднородности. Минимизируя энергию, находим период

$$a = 2(\delta L)^{1/2}(c_\perp c_\parallel)^{-3/4}.$$

Интересно, что это выражение в точности совпадает с формулой (14) для ферромагнетиков, если в последней ввести вместо поля H_0 концентрации фаз с магнитным моментом, направленным по полю и против поля.

Приведем здесь для сравнения формулу для периода структуры, рассмотренной в работе [6] при $\beta \gg 4\pi$:

$$a = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\beta\delta L}{f(c_\perp)}\right)^{1/2}, \qquad f(c_\perp) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3}\sin^2 \pi c_\perp n,$$

и ее предельные выражения

$$c \to 0, \qquad a = \frac{1}{2c}\left(\frac{\beta\delta L}{-\ln c}\right)^{1/2},$$

здесь $c=c_\perp$ или $c_\parallel$. Эти выражения правильны, пока $a \ll L$. Задачу можно совершенно аналогично решить и при $a \sim L$. Ограничимся приведением значения периода при $a \gg L$:

$$a = \frac{1}{c}\left(\frac{\beta\delta L}{2\ln(L/\beta\delta)}\right)^{1/2}.$$

Формула верна с логарифмической точностью по $L/\beta\delta$. Когда толщина пластинки больше некоторой критической $L_к$, то выгодным становится ветвление. Значение $L_к$ можно найти, сравнивая плотность энергии структуры типа Киттеля [6] с энергией разветвленной структуры, рассмотренной в [5]; получим

$$L_к = \beta\delta\chi_\perp^{-2}.$$

Так как $\delta \sim 10^{-5}$ *см*, $\chi_\perp \sim 10^{-3}$, а $\beta \gg 1$, то $L_к$ существенно больше сантиметра, т. е. обычно должна осуществляться неразветвленная структура.

Выражаю благодарность А. Ф. Андрееву за постоянное внимание и руководство работой, Е. М. Лифшицу, Л. П. Питаевскому и А. Е. Боровику за полезное обсуждение.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим изменение термодинамического потенциала $\tilde{\Phi}$ при бесконечно малом изменении границы между двумя магнитными фазами:

$$\delta\tilde{\Phi} = \int (\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0)\, dV.$$

Здесь интегрирование производится по всему пространству, $\tilde{\Phi}_0$ и $\tilde{\Phi}$ — плотности термодинамического потенциала соответственно до и после варьирования. Выделим из этого выражения интеграл по объему δV, где произошла смена фаз:

$$\delta\tilde{\Phi} = \int\limits_{-\delta V} (\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0)\, dV + \int\limits_{\delta V} (\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0)\, dV. \qquad (\text{П}.1)$$

Первый интеграл берется по всему пространству, исключая δV. Поскольку там происходят малые изменения, в частности, магнитное поле $\mathbf{H}$ меняется слабо, то разницу $\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0$ можно представить следующим образом (см. [4]):

$$\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0 = -\mathbf{B}\delta\mathbf{H}/4\pi.$$

Так как в силу уравнений $\operatorname{div}\mathbf{B}=0$, $\operatorname{rot}\delta\mathbf{H}=0$ интеграл по всему пространству от величины $\mathbf{B}\delta\mathbf{H}$ равен нулю, то первый интеграл в (П.1) можно преобразовать в интеграл по объему δV:

$$\delta\tilde{\Phi} = \int\limits_{\delta V} \left(\tilde{\Phi} - \tilde{\Phi}_0 + \frac{\mathbf{B}\delta\mathbf{H}}{4\pi}\right) dV.$$

Наконец, оставляя в этом выражении члены, линейные по отклонению границы f, найдем

$$\delta\tilde{\Phi} = \int \left(\tilde{\Phi}_1^0 - \tilde{\Phi}_2^0 + \frac{B_n^0 H_{n1}^0}{4\pi} - \frac{B_n^0 H_{n2}^0}{4\pi}\right) f\, dS. \qquad (\text{П}.2)$$

Мы заменили интегрирование по объему δV интегрированием по площади границы; индексами 1 и 2 отмечены величины, относящиеся к разным фазам. В состоянии термодинамического равновесия найденное изменение потенциала (П.2) должно быть равно нулю при произвольной вариации f, поэтому

$$\Phi_1^0 + \frac{B_n^0 H_{n1}^0}{4\pi} = \Phi_2^0 + \frac{B_n^0 H_{n2}^0}{4\pi}.$$

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30 декабря 1976 г.

Литература

[1] L. D. Landau, E. M. Lifshitz. Sow. Phys. 8, 153, 1935 (перевод: Л. Д. Ландау. Собрание трудов, 1, «Наука», 1969, стр. 128).
[2] И. А. Привороцкий. ЖЭТФ, 56, 2129, 1969.
[3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика, «Наука», 1964, § 142.
[4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
[5] В. Г. Барьяхтар, А. Е. Боровик, В. А. Попов. Письма в ЖЭТФ, 9, 634, 1969.
[6] В. Г. Барьяхтар, А. Е. Боровик, В. А. Попов. ЖЭТФ, 62, 2233, 1972.

ON THE THEORY OF MAGNETIC DOMAINS

V. I. Marchenko

A solution of the set of boundary conditions and the surface tension for inclined boundaries in uniaxial ferromagnets are found. The behavior of the Landau — Lifshitz domain structure in an external magnetic field directed along the anisotropy axis is determined. A structure of the intermediate state of antiferromagnetic substances is proposed for those cases when one of the relativistic constants is small.